This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

University of Wisconsin
LIBRARY.
No. 22577
TOB
·P58

TRAITÉ

DES MACHINES

DYNAMO-ÉLECTRIQUES

LIBRARY
OF THE
No. 22577
UNIVERSITY OF WISCONSIN.

TRAITÉ THÉORIQUE ET PRATIQUE

DES

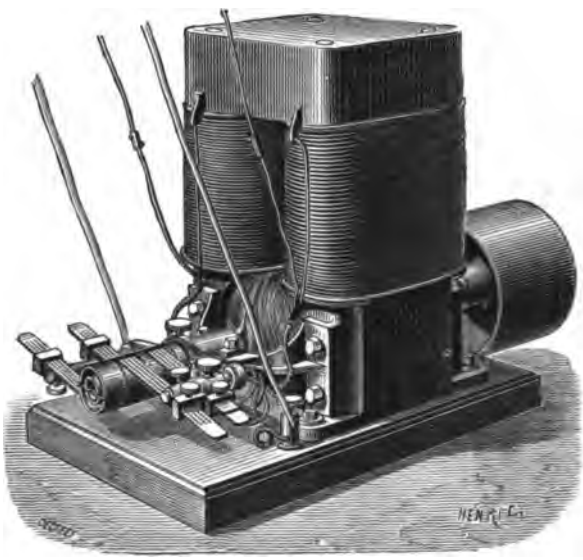
MACHINES

DYNAMO-ÉLECTRIQUES

PAR

R.-V. PICOU

INGÉNIEUR DES ARTS ET MANUFACTURES



PARIS

LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE, BAUDRY ET Cie ÉDITEURS

15, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15

MÊME MAISON A LIÉGE, RUE DES DOMINICAINS, 7

1889

Tous droits réservés.

TOB
.P58

697314

TRAITÉ

DES

MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES

PREMIÈRE PARTIE

NOTIONS ÉLÉMENTAIRES

CHAPITRE PREMIER

PRINCIPES GÉNÉRAUX

1. Lois d'Ohm, de Faradey, de Joule. — Les premières notions relatives aux quantités électriques sont aujourd'hui universellement connues. Le lecteur qui se propose d'aborder l'étude des machines dynamo-électriques, doit nécessairement être déjà familier avec les notions de quantité d'électricité, de courant, de force électromotrice et de résistance. Nous rappellerons seulement que la *quantité* d'électricité s'évalue par la répulsion qu'elle exerce à l'unité de distance sur une quantité égale : — que l'*intensité* du courant qui parcourt un conducteur est la quantité qui traverse une section dans l'unité de temps : — que la *résistance* dépend d'une propriété spécifique des matériaux, et des dimensions géométriques des conducteurs : — enfin qu'une *capacité* dépend des dimensions géométriques des surfaces conductrices en regard, et de leur distance ainsi que d'une propriété spécifique de la matière isolante qui forme le diélectrique.

Toutes ces notions sont présentées dans les traités élémentaires avec des développements que le cadre du présent ouvrage ne comporte pas.

Il est cependant indispensable de rappeler ici avec peu de

22577

détail et sans démonstration les points particuliers relatifs au magnétisme qui sont la base de la théorie des machines et auxquels le lecteur devra constamment se reporter s'il ne les a pas bien présents à l'esprit.

2. Force magnétique. — Les propriétés magnétiques sont celles que manifestent les substances aimantées. Les plus saillantes de celles-ci sont les répulsions et attractions qui se manifestent entre les extrémités des aimants. La *force* qui produit ces attractions et répulsions se nomme *force magnétique* et sert de mesure à la *quantité* de magnétisme qui existe sur chacune des moitiés de l'aimant. On sait que ces quantités sont égales, inséparables et rigidement liées sur un même fragment de matière aimantée, contrairement à ce qui a lieu pour deux quantités égales d'électricité qui, développées sur une même matière conductrice, peuvent être isolées par rupture suivant une section convenable de la susdite matière électrisée.

Les forces magnétiques sont régies par la loi de Coulomb.

3. Champ magnétique. — On nomme champ magnétique l'espace dans lequel se fait sentir l'action des forces magnétiques. Ces actions, mesurées par rapport à une même quantité de magnétisme, sont variables d'un point à l'autre du champ. On appelle valeur du champ en un point la force exercée sur l'unité de quantité placée en ce point.

4. — On appelle *lignes de force* les lignes suivant lesquelles se propagent les actions magnétiques. Une quantité de magnétisme abondonnée au jeu des seules forces magnétiques décrit une trajectoire qui est une ligne de force.

5. — Un *tube de force* est un canal dont toutes les parois sont des lignes de force.

Un pareil canal contient une certaine quantité de force, ou *flux de force* qui est proportionnel à la section du canal et à la valeur moyenne du champ magnétique dans une section orthogonale. Soit H_1 cette moyenne et H la valeur en un certain point quel-

conque de la section de surface S, le flux de force est défini par l'intégrale.

$$H_1 S = \int H \, ds$$

La valeur moyenne H_1 est en raison inverse de S, le flux de force étant le même dans toute l'étendue d'un tube de force.

D'après la formule précédente, on pourra donc encore définir la valeur du champ magnétique en un point, comme étant le flux de force par centimètre carré dans une surface infiniment petite et normale à la force, tracée autour de ce point.

6. Pôle. — Le pôle d'un aimant est le point d'application de la résultante des forces magnétiques dues à la quantité de magnétisme située sur la moitié considérée de l'aimant. Dans le langage courant, on donne à ce terme une acception plus large, en l'employant pour désigner toute la partie d'un aimant qui émet des lignes de force de même signe.

On convient de considérer comme positives les lignes émanées d'un pôle nord, et négatives celles qui émanent du pôle sud. Les signes conventionnels sont, du reste, les mêmes pour les quantités de magnétisme.

Le flux de force qui émane d'un pôle m est égal à $4 \pi m$. On dit souvent, pour abréger, qu'un pôle m émet $4 \pi m$ lignes de force.

7. Induction magnétique. — Lorsqu'une substance magnétique à l'état neutre est amenée dans un champ de force, elle en change la répartition ; un certain nombre de lignes de force y aboutissent, et un nombre égal s'en éloignent. La substance se trouve aimantée par *induction*. Le flux de force qui la traverse dépend de sa nature propre et de l'intensité du champ inducteur. Le flux de force, divisé par la section transversale, donne le flux par centimètre carré, qu'on nomme *induction spécifique*. Nous désignerons cette quantité par B. Le champ inducteur constitue la *force magnétisante* qui se désigne par H.

8. Perméabilité. — La perméabilité magnétique d'une substance est le rapport $\frac{B}{H}$ et se désigne généralement par μ C'est le

rapport de deux quantités de même nature. C'est donc un simple coefficient numérique.

9. Aimantation du fer. — La seule substance magnétique dont il soit fait usage dans la construction des appareils magnéto-électriques est le fer sous les formes variées que la métallurgie permet d'obtenir : fonte grise, fonte malléable, fer forgé, auxquels il convient d'adjoindre les qualités dénommées acier doux — déphosphoré — mitis.

Pour un échantillon donné, la valeur de la perméabilité $\mu = \frac{B}{H}$ est toujours variable avec H, et suivant une loi qui ne paraît susceptible d'aucune expression simple. Il faut donc l'obtenir expérimentalement, et cela pour chacune des qualités de fer employées. Nous indiquerons plus loin les méthodes auxquelles on a recours.

Le champ inducteur le plus souvent usité, est celui qui est créé dans l'intérieur d'un solénoïde. Sa valeur est liée, dans ce cas, à celle du courant et à celle du nombre de spires par centimètre, à l'aide de la relation,

$$H = 4\pi n_1 i \qquad (1)$$

n_1 nombre de spires par centimètre de longueur du solénoïde,
i courant, évalué en unités c. g. s. (une unité = 10 ampères).
Cette relation suppose au solénoïde une longueur indéfinie. Elle sera encore exacte pour un solénoïde fini, mais dont la longueur l sera très grande par rapport à la portion centrale qui sera la seule utilisée dans ce cas. On a alors

$$H = \frac{4\pi n i}{l} \qquad (2)$$

n étant le nombre total des spires et la longueur étant exprimée en centimètres.

Si l'on appelle S la section droite du solénoïde le flux de force f, dans la région centrale, sera

$$f = H S = \frac{4\pi n i S}{l} \qquad (3)$$

Si l'on introduit maintenant un barreau de fer occupant toute la section vide du solénoïde, on pourra admettre que

sa section S est la même que celle du solénoïde. Le flux de force deviendra f_1.

$$f_1 = \frac{4\pi n i S}{l} \mu \tag{4}$$

Si l'on sait mesurer f et f_1, on en déduira aisément les valeurs de μ et de B, car on on a évidemment

$$\mu = \frac{f_1}{f} \text{ et } B = \frac{f_1}{S}$$

10. Résistance magnétique ; force magnéto-motrice. — La formule (4) ci-dessus établie, permet d'arriver aisément à la conception de la résistance magnétique, par assimilation avec la résistance électrique. Cette notion, acquise par un praticien indépendamment de sa signification théorique, a été immédiatement adoptée ; elle simplifie le langage, et donne un corps et un nom à un état de choses qu'il serait difficile de définir complètement en langage simple. Elle s'est complétée par celle de la force magnéto-motrice entre deux points (ou différence de potentiel magnétique).

Ecrivons la formule (4) sous la forme :

$$(4\pi ni) = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S} f_1 \tag{5}$$

Ecrivons ensuite la loi d'Ohm, en mettant en évidence les quantités constitutives de la résistance, savoir : λ la longueur, σ la section et c la conductibilité d'un conducteur dont la résistance est R. Il vient :

$$E = R\,I = \frac{1}{c} \frac{\lambda}{\sigma} I$$

Cela étant, si l'on suppose que le flux f_1 est une sorte de *courant* magnétique, déterminé par une *force magnéto-motrice* $4\pi ni$, on voit que l'analogie des formules est frappante. Les longueurs et sections entrent de la même manière, et la perméabilité est l'analogue de la conductibilité. La résistance magnétique du fer, dans l'état caractérisé par la valeur actuelle de μ serait donc $\frac{1}{\mu} \frac{l}{S}$, et la force magnéto-motrice qui détermine le flux f_1 à travers cette résistance est $4\pi n i$.

De même que la résistance électrique d'un circuit peut être

constituée par une série de conducteurs de longueurs, sections et conductibilités différentes, de même la résistance magnétique peut être constituée par des pièces de dimensions et de perméabilité différentes. Dans le premier cas, on a :

$$E_1 = \frac{1}{c}\frac{l}{s} I$$

$$E_2 = \frac{1}{c'}\frac{l'}{s}$$

$$\cdots\cdots$$

$$(E_1 + E_2 + \ldots) = E$$

Dans le second, on a :

$$4\pi\,(ni)' = \frac{1}{\mu}\frac{l}{s} f_1$$

$$4\pi\,(ni)'' = \frac{1}{\mu'}\frac{l'}{s'} f_1$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$4\pi\,[(ni)' + (ni)'' + \ldots] = 4\pi\, ni$$

Ces formules sont d'une grande importance, en ce qu'elles constituent la base de la théorie des circuits magnétiques ; comme telles, nous en ferons un emploi fréquent, ainsi que des termes de résistance magnétique et force magnéto-motrice. Toutefois, il ne faut pas perdre de vue qu'il existe seulement une analogie entre les deux ordres de phénomènes électriques et magnétiques. Le flux de force n'est pas un courant résultant de la circulation d'une quantité magnétique, et il n'y a, en magnétisme, rien d'analogue à la loi de Faraday, qui relie le courant à la quantité en matière électrique. Les termes qui définissent les quantités semblables n'ont donc qu'une valeur d'analogie.

Enfin le mot *force*, qui signifie nettement en mécanique « cause de mouvement », et qui, dans ce cas, s'exprime en dynes, conserve bien ce sens rigoureux lorsqu'il s'agit de la force magnétique exercée par un pôle sur un autre, mais il n'a déjà plus ce sens dans le terme *force électro-motrice*, où il signifie seulement « cause du courant électrique », courant qui n'est un mouvement que par hypothèse. Il l'a encore bien moins dans l'expression *force magnéto-motrice*, celle-ci ne déterminant ni mouvement, ni courant, ainsi que nous l'avons fait remarquer.

CHAPITRE II

PHÉNOMÈNES D'INDUCTION

11. Conservation de l'énergie. — On doit à Helmholtz et à sir Thomson les démonstrations de ce fait que les phénomènes d'induction sont une conséquence nécessaire du principe de la conservation de l'énergie.

Considérons un système formé d'une pile dont le courant traverse un conducteur maintenu fixe, dans le voisinage d'un aimant, également maintenu fixe. Le courant est constant et simplement régi par la loi d'Ohm. On a donc :

$$E = R I_0$$

et l'expression de la conservation de l'énergie est :

$$E I_0 \, dt = R I_0^2 \, dt \qquad (1)$$

exprimant que pour chaque instant très court dt, le travail fourni par la pile sous forme électrique est totalement dépensé en chaleur dans le circuit.

Abandonnons maintenant le conducteur et l'aimant à eux-mêmes. Il se produit un mouvement relatif de l'un vers l'autre, résultant du travail des forces magnéto-électriques, devenues libres d'agir.

Ce travail ne peut pas être emprunté à une autre source que la pile qui est la seule source d'énergie en jeu dans l'expérience. Le courant ne peut donc pas rester I_0 tant que le mouvement se produit. Il prend à chaque instant une nouvelle valeur I déterminée par l'équation.

$$E I \, dt = R I^2 \, dt + d T$$

Or, on démontre que le travail dT des forces électro-magnétiques est égal au produit du courant par la variation du flux de force qui traverse le circuit électrique.

On a donc :

$$d\,T = I\,df$$

et l'équation (2) devient :

$$E\,dt = RI\,dt + df$$

ou bien :

$$E - \frac{df}{dt} = RI$$

12. Force électromotrice d'induction. — L'intensité à chaque instant est donc celle qui existerait si à la force e. m. E de la pile il venait s'ajouter une force électromotrice nouvelle égale à $-\frac{df}{dt}$. Cette force est négative dans le cas considéré où le système est abandonné aux forces électro-magnétiques, et df est positif. Si le mouvement avait eu lieu en sens inverse de l'effort des forces électromagnétiques, la force électromotrice d'induction serait positive, df étant négatif. Dans ce dernier cas, il aurait fallu, bien entendu, faire intervenir une énergie étrangère au système, telle que la force musculaire de l'expérimentateur.

La force électromotrice d'induction a donc pour expression générale :

$$e = \frac{df}{dt}$$

Sous cette forme, on voit qu'elle est indépendante de E, R et I, et n'est fonction que du déplacement plus ou moins rapide du conducteur dans le champ de l'aimant. Elle donne naissance à un courant i, variable avec elle à chaque instant, et qui s'ajoute algébriquement à celui que produit la source. Mais, comme il est indépendant de ce dernier, il doit aussi se produire dans un circuit fermé ne renfermant au préalable aucune source et, par suite, aucun courant. C'est, en effet, ce que prouve l'expérience : mais, dans ce cas, l'énergie électrique qui apparaît est évidemment toujours empruntée à la source d'énergie mécanique qui déplace le système. Quel que soit le sens du mouvement, il y a une

résistance éprouvée, et le travail dépensé se retrouve sous forme électrique dans le circuit.

13. Induction en circuit ouvert. — La variation de flux df dans l'intérieur du circuit fermé exige que ce flux ait été coupé par les côtés du circuit. Chaque élément mobile en coupe donc une partie. D'autre part la force e. m. totale peut être considérée comme la somme algébrique des forces e. m. élémentaires qui se développeraient dans chacun des éléments. On peut donc dire que chaque élément de circuit est le siège d'une force e. m. proportionnelle au flux coupé par lui à cet instant, ou, en d'autres termes, proportionnelle à l'intensité du champ magnétique au point où il se trouve.

Cette manière de voir, plus générale, permet de prévoir qu'un conducteur formant un circuit ouvert sera encore le siège d'une force e. m. et qu'une différence de potentiels s'établira entre ses extrémités. L'expérience justifie encore cette manière de voir. On dit donc : que « la force e. m. est numériquement égale au nombre de lignes de forces coupées dans l'unité de temps », ou bien « qu'elle égale la dérivée par rapport au temps du flux de force embrassé par le circuit ».

Un cas particulier remarquable est celui dans lequel un circuit fermé, fixe, se trouve dans un champ variable, mais dont la distribution ne varie pas. Il y a courant induit, mais tous les points du circuit restent au même potentiel. Ceci n'a rien de paradoxal, car chaque élément du circuit participe à part égale à la force électromotrice et à la résistance.

Une force électromotrice n'est donc pas toujours nécessairement accusée par une différence de potentiel, lorsque le circuit est fermé. Mais si l'on coupe ce dernier, ses différents points se trouvent à des potentiels qui vont en augmentant d'un bout à l'autre, et la différence entre les extrémités est égale à la force électromotrice définie comme ci-dessus.

14. Conservation de l'énergie dans l'induction.—Appelant e la force électromotrice d'induction, l'équation conservation de l'énergie est :

$$\mathrm{E\,I}\,dt = e\,\mathrm{I}\,dt + \mathrm{R\,I}^2\,dt$$

L'intégrale de la quantité $\mathrm{R\,I}^2\,dt$ est une quantité de chaleur développée dans le fil, mesurable en calories. Celle de $e\,\mathrm{I}\,dt$ est

une certaine quantité de travail qui est apparente et mesurable dans l'expérience fondamentale qui nous a servi à établir la formule de la force e. m. d'induction.

Avant le mouvement, le courant avait pour expression $I_0 = \frac{E}{R}$.

Pendant le mouvement, le courant est variable à chaque instant et a pour valeur :

$$I = \frac{E - e}{R} = I_0 - \frac{e}{R}$$

On peut donc considérer le courant I comme étant la somme algébrique due à la superposition du courant primitif I_0 et d'un autre courant $\frac{e}{R}$, positif ou négatif, suivant les circonstances, et qui est le courant d'induction.

Or, lorsqu'on lance le courant dans un solénoïde, contenant ou non un noyau de fer, on observe que l'intensité n'atteint pas immédiatement sa valeur de régime, mais passe par la série des valeurs intermédiaires. A la rupture, on observe aussi une prolongation du courant, qui se manifeste par une étincelle.

Il y a donc encore des courants induits, ou plus exactement, des forces e. m. d'induction. Celle qui se produit lors de la fermeture du circuit est *inverse* de celle de la source. Elle affaiblit le courant pendant les premiers instants, et tend à retarder l'établissement du régime permanent. Celle de la rupture est directe : elle tend à

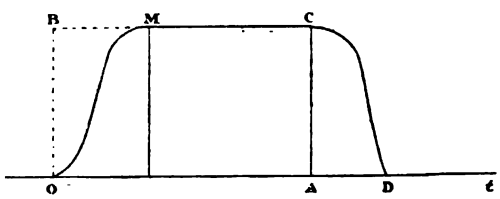


Fig. 1.

prolonger le courant et à retarder encore le régime définitif qui correspond au courant nul.

Si l'on porte le courant en ordonnée, et le temps en abscisses, l'on obtiendra une courbe analogue à celle de la figure.

S'il n'y avait aucune force e. m. d'induction, le courant de régime, égal à O B s'établirait immédiatement ; et, lors de la rupture, il retomberait brusquement à zéro, en C A.

Mais la courbe réelle est O M C D.

La surface O B M représente la valeur de l'intégrale :

$$\int_{0}^{I_0} (I_0 - I)\, dt$$

ou d'après ce qui précède :

$$\int \frac{e}{R}\, dt$$

C'est donc la quantité d'électricité qui résulte de l'extracourant de fermeture.

La surface C A D a pour valeur :

$$\int_{I_0}^{0} I_0\, dt = \int \frac{e'}{R}\, dt$$

C'est la quantité d'électricité qui circule après le commencement de la rupture du circuit, grâce à la force e. m. induite à la rupture.

Ces deux quantités sont égales. En effet, les forces e. m. d'induction, à la rupture et à la fermeture, sont dues à une même variation du flux de force, qui passe d'abord de zéro à une certaine valeur $L I_0$ proportionnelle à I_0, puis de $L I_0$ à zéro.

Dans cette expérience, on reconnaît qu'une certaine quantité d'énergie égale à

$$\int e\, I\, dt = \int d\,(LI)\, I.\, dt = \frac{LI^2}{2}$$

a été emmagasinée quelque part, sous une forme inconnue, lors de l'établissement du courant. A la rupture elle est restituée, et se manifeste par l'étincelle. Elle arrache les particules de matière des électrodes, les échauffe et les enflamme.

La forme sous laquelle s'emmagasine cette énergie est inconnue, ainsi que l'endroit même de la matière où elle se trouve. Il y a, cependant, de fortes raisons de croire qu'elle produit une certaine tension moléculaire de la substance aimantée, que ce soit de l'air ou du fer, tension qui réagit élastiquement lors de la rupture du circuit.

L'établissement d'un champ magnétique serait donc analogue, dans une certaine mesure, à l'opération qui consisterait à tendre un ressort. Celui-ci, une fois tendu, conserve emmagasinée une quantité déterminée d'énergie qui peut redevenir apparente par sa détente.

Toutefois, le ressort tendu ne demande plus aucun travail pour être maintenu dans cet état. Le champ magnétique ne pourra être maintenu dans un circuit ne comprenant pas de pièces d'acier dur, que par une dépense continue. L'acier trempé seul conserve à un haut degré la force magnétique. L'air n'en conserve aucune trace; et les différentes espèces de fer en conservent d'autant moins qu'elles s'approchent davantage de la constitution chimique du fer pur.

15. Coefficients d'induction. — Dans les formules ci-dessus L est le coefficient de self-induction du fil. Ce coefficient dépend non seulement de sa longueur, mais aussi de sa forme. Ainsi un certain fil peut circonscrire un cercle de diamètre d. Mais il peut être enroulé de manière à circonscrire deux cercles de diamètre $\frac{d}{2}$ ou n de diamètre $\frac{d}{n}$; et la self-induction peut être différente dans chaque cas.

Si deux circuits sont juxtaposés, et qu'on fasse varier le courant dans l'un d'eux, une variation de flux se produira à travers l'autre en même temps qu'à travers le premier. Le second circuit sera donc aussi le siège de forces e. m. d'induction, et on dit qu'il y a *induction mutuelle* entre eux.

Toutes ces forces e. m. d'induction sont proportionnelles, à un moment quelconque, à la vitesse de variation du flux à ce moment. On peut donc écrire en général :

$$e = \mathrm{K}\frac{di}{dt}$$

Comme, d'autre part, on a aussi :

$$e = \frac{df}{dt}$$

On en conclut de suite :

$$df = \mathrm{K}\, di$$

Le coefficient K, qui reçoit le nom de coefficient d'induction, est donc numériquement égal au flux qui traverse le circuit, induit lorsque le courant inducteur est égal à l'unité.

S'il s'agit d'un seul circuit, il est son propre circuit induit. Le coefficient prend le nom de *c. de self-induction*, et se désigne généralement par L.

S'il y a, au contraire, deux circuits en présence, chacun d'eux réagit sur lui-même, et il y a de plus une action mutuelle. Il y a donc à considérer non seulement les coefficients de self-induction L et L', mais aussi le coefficient d'induction mutuelle M.

16. Calculs de coefficients d'induction. — Les valeurs de ces quantités peuvent être parfois calculées, dans le cas de bobines de formes simples.

Lorsqu'il s'agit, par exemple, d'un solénoïde de grande longueur, ou bien fermé sur lui-même de manière à ne présenter aucun pôle magnétique et ayant n_1 spires par centimètre de longueur, le flux, pour le courant 1 est égal à

$$4\pi\, n_1\, S$$

S étant la section du solénoïde.

Comme il y a aussi n_1, spires induites, le coefficient de self-induction sera

$$L = 4\pi\, n_1^2\, S$$

Si un second solénoïde est superposé au premier, assez intimement pour qu'on puisse considérer qu'ils ont même section S; et s'il possède n_2 spires par centimètre de longueur, le coefficient d'induction mutuelle sera évidemment le même, quel que soit celui des deux qui soit inducteur par rapport à l'autre. La valeur en sera

$$M = 4\pi\, n_1\, n_2\, S$$

Enfin, ce second solénoïde aura aussi sa self-induction

$$L' = 4\pi\, n_2^2\, S$$

et on voit de suite qu'on aura nécessairement la relation

$$M^2 = L L'$$

Si les circuits comprenaient dans leur champ magnétique des masses de fer, il faudrait en tenir compte dans les formules.

Si le champ magnétique est tout entier dans le fer, il faut multiplier les coefficients ainsi calculés par la perméabilité μ.

Mais ils ne peuvent plus, dès lors, être déterminés que par l'expérience.

Enfin, l'on sait que si l'on coupe un circuit composé d'un simple fil, non enroulé sur lui-même, on n'évite pas l'étincelle de rupture.

Cette expérience prouve qu'il y a encore une self-induction, même dans ces conditions élémentaires.

Cette conclusion pouvait être pressentie : car il ne serait pas conforme aux lois de la nature qu'un phénomène tel qu'un courant électrique puisse passer d'une valeur à une autre, sans passer par les valeurs intermédiaires. Dès lors, si court que soit le temps de la variation, ce temps est fini, et il y a nécessairement un extra-courant.

D'autre part, on sait que les lignes de force magnétique existent circulairement tout autour du fil où passe ce courant. La variation de celui-ci doit donc entraîner celle de la répartition du champ magnétique ; et si, conformément à l'hypothèse, le champ est dû à une tension élastique du milieu, il doit y avoir travail absorbé ou restitué lors de sa modification.

On peut calculer la self-induction d'un fil en le considérant comme un assemblage de conducteurs parallèles, infiniment petits. On en trouvera la valeur dans les ouvrages spéciaux. On n'aurait à en tenir compte que dans le cas de variations de courant très rapides, comme celles qui se produisent sur les circuits téléphoniques ou sur les fils servant de véhicule à la décharge d'un condensateur.

Enfin, pour certaines machines à courants alternatifs, il pourra être nécessaire de se rendre compte de sa valeur dans le câble employé comme conducteur.

L'étude plus détaillée de ce phénomène trouvera sa place lorsque nous traiterons la question de ces types de machines dynamo-électriques.

DEUXIÈME PARTIE

MACHINES ÉLÉMENTAIRES

CHAPITRE III

MACHINE IDÉALE ÉLÉMENTAIRE

17. — Pour l'établissement des formules élémentaires et fondamentales des machines dynamo-électriques, nous considérerons d'abord des formes idéales dans lesquelles le problème est ramené à sa dernière limite de simplicité. Les formules établies sur ces formes subsisteront pour les formes plus complexes qui résultent de la réalisation industrielle des machines; il faudra seulement tenir compte des nouveaux éléments qui auront été ainsi introduits qui apporteront leur influence propre, mais ne détruiront pas le caractère primordial des lois ainsi établies.

Pour plus de simplicité, nous supposerons d'abord que les mouvements s'effectuent dans des champs magnétiques uniformes, tels que le champ terrestre. La formation des champs magnétigues des machines fera l'objet d'une étude spéciale et détaillée.

18. Rails et curseur. — Les conditions les plus simples seront réalisées par l'appareil suivant (fig. 2).

Soient A et B deux rails horizontaux, conducteurs, et supposés indéfinis soit C un curseur mobile, conducteur, établi sur les rails et pouvant rouler sur eux sans que son déplacement exige de travail de frottement. Les deux extrémités des rails A et B sont reliées à un circuit d'utilisation de résistance R dans lequel est intercalé un galvanomètre.

Enfin le champ magnétique sera supposé uniforme, vertical et de valeur A. Ce sera, par exemple, le champ terrestre, dont on ne considérera, dans ce cas que la composante verticale.

19. Force électromotrice. — Imprimons au curseur un déplacement vers la gauche, égal à dl. Les deux formes de la formule

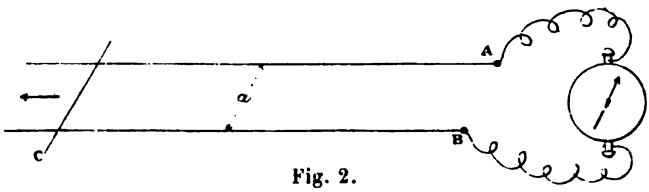


Fig. 2.

de la force e. m. induite vont nous conduire l'une et autre au résultat.

En effet, la variation du flux, ou le nombre de lignes de force coupées dans l'unité de temps, est $H\ d\ \Omega$ en appelant Ω la surface entourée par le circuit. On a, d'autre part $d\ \Omega = a\ dl$.

Donc

$$df = H\ a\ dl$$

et

$$e = \frac{df}{dt} = H\ a\ \frac{dl}{dt}$$

La force e. m. est donc proportionnelle : à l'intensité H du champ magnétique, à une constante a de construction, à la quantité $\frac{dl}{dt}$.

Or cette dernière n'est autre que la vitesse v de translation du curseur sur les rails.

On a donc

$$e = H\ av$$

On voit que cette force e. m. ne sera constante que si le champ et la vitesse le sont également.

Si le champ magnétique avait été non plus vertical, mais oblique, comme l'est le champ terrestre, et de valeur H_0, le flux coupé aurait été évidemment

$$H_0\ d\ \Omega\ \cos\ \alpha$$

en appelant α l'angle de la direction du champ avec la verticale (fig. 3). Or $H_0 \cos \alpha$ est la composante verticale du champ, normale au déplacement du conducteur. L'autre composante, $H_0 \sin \alpha$, parallèle à ce déplacement n'intervient en aucune manière.

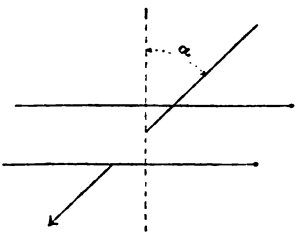


Fig. 3.

On voit par là que la direction la plus avantageuse à donner au plan des rails sera la normale à celle des lignes de force. Nous supposerons à l'avenir qu'il en est toujours ainsi.

Si le champ était parallèle au plan des rails, il n'y aurait aucune variation de flux, portant aucune induction.

20. Courant. — L'expression du courant s'obtiendra à l'aide de la loi d'Ohm. Si la vitesse et la force e. m. sont constantes, le courant atteint rapidement une valeur i, qu'il conserve tant que dure le mouvement.

Cette valeur est :

$$i = \frac{1}{r}\frac{df}{dt} = \frac{H a v}{r}$$

Le courant ne peut passer de la valeur zéro à la valeur i sans passer par toutes les valeurs intermédiaires. On appelle donc période variable celle qui s'étend depuis l'origine du mouvement jusqu'à ce que le courant ait atteint sa valeur de régime.

La loi qui régit l'intensité pendant cette période variable est toujours la loi d'Ohm, mais dans laquelle doivent figurer les forces e. m., d'induction dues aux variations du courant lui-même ; ces forces e. m. sont d'ailleurs implicitement contenues dans l'expression $e = \frac{df}{dt}$.

Il existe évidemment une autre période variable qui commence au moment où cesse le mouvement, et qui cesse lorsque le courant est redevenu nul.

Mais si l'on suppose que la vitesse ne soit plus uniforme, la force e. m. ne sera plus constante ; le courant ne pourra pas l'être non plus et l'on sera constamment en période variable.

Il faut alors nécessairement faire entrer dans l'expression du

courant toutes les forces e. m. Supposons qu'il n'y ait qu'une seule induction L en circuit, le courant sera donné par :

$$i = \frac{1}{r}\left(Hav - L\frac{di}{dt}\right)$$

De même, si la vitesse étant constante c'est le champ qui est variable, la même formule subsiste en prenant pour H la valeur de la composante normale du champ au point où se trouve, au moment considéré, le curseur mobile.

En général, les données de construction, appuyées sur des hypothèses simples, permettront d'arriver à l'intégration des formules différentielles ainsi obtenues. On peut aussi remarquer que les machines à courants variables devront nécessairement donner des courants périodiques pour qu'ils soient susceptibles de recevoir des applications pratiques.

21. Quantité. — Supposant le mouvement uniforme et le champ constant, on a :

$$i = \frac{1}{r}\frac{df}{dt}$$

d'où :

$$i\,dt = \frac{df}{r}$$

Or, la quantité q d'électricité qui circule pendant un temps très court est précisément idt.

Donc :

$$dq = \frac{df}{r}$$

Et :

$$q = \int \frac{df}{r}$$

Pour un temps fini, le déplacement du mobile aura été l et la variation de flux, s'il n'y a pas d'autre force *em* d'induction, sera H al. Donc :

$$q = \frac{\mathrm{H}\,al}{r} = \frac{\mathrm{H}.\,\Delta\Omega}{r}$$

Cette quantité est donc fonction de la grandeur seule du déplacement, et nullement de la vitesse avec laquelle il aura été effectué. Elle serait mesurée, par exemple, par le poids de cuivre qui aurait

été déplacé dans un bain électrolytique sans polarisation. Ce poids serait toujours le même, quelle que fût la lenteur du mouvement.

Les courants induits ne sont donc nullement instantanés, comme on le dit encore trop souvent : leur durée est la même que celle du mouvement qui leur donne naissance.

22. Effort. — Le déplacement du mobile sur les rails a nécessité un effort déterminé, indépendamment de celui dû au frottement, que nous avons supposé nul. Cette dernière hypothèse nous permet d'écrire que le travail de cette force est à chaque instant intégralement converti en énergie électrique, conformément à la loi de conservation de l'énergie.

Appelant p cet effort, nous aurons donc pour un déplacement infiniment petit :

$$pdl = eidt$$

$$p\frac{dl}{dt} = pv = ei = \frac{H^2a^2v^2}{r}$$

d'où enfin :

$$p = \frac{H^2a^2}{r}v = Hai$$

Dans cette hypothèse des frottements nuls, l'effort moteur serait proportionnel à l'intensité du courant.

23. Travail. — Le travail dépensé pour produire un déplacement fini, de grandeur l est :

$$\int pdl = \int eidt$$

Il ne peut être connu que si l'on se donne la loi du mouvement Elle fournira une relation qui permettra d'intégrer les expressions ci-dessus entre les limites choisies, et d'en déduire le travail cherché.

24. Réversibilité. — L'expérience décrite est réversible : une source de courant intercalée dans le circuit provoquera le mouvement du conducteur mobile, avec un effort déterminé capable de soulever un poids, ou de tout autre travail. Cette expérience con-

tient donc aussi le principe des moteurs électriques, et permet de prévoir que les machines dynamo-électriques sont des appareils réversibles, transformant l'énergie mécanique en énergie électrique et inversement.

25. Sens du courant. — Bien des formules mnémotechniques ont été proposées pour la représentation du sens relatif des courants induits, du mouvement et du flux. Nous rappellerons seulement le bonhomme d'Ampère, le tire-bouchon de Maxwell, la règle des trois doigts des auteurs anglais.

De toutes ces formules, il est impossible d'indiquer la meilleure.

En ces matières, chacun se rattache à celle qui lui est la plus familière et, pour notre part il nous a toujours paru que celle d'Ampère était la plus facile à retenir et la plus commode.

Il suffit de se rappeler en outre que l'extra-courant de *rupture* d'un circuit, qui correspond évidemment à une diminution du flux est de sens direct.

Les flèches qui figurent les lignes de force du champ magnétique sont naturellement supposées parties du pôle nord (pôle marqué) et se diriger vers le pôle sud.

26. Courant continu et alternatif. — Dans l'expérience décrite si la translation du mobile a lieu dans le même sens indéfiniment, la force e. m. et par suite le courant sera toujours de même sens Si, au contraire, le curseur est animé d'un mouvement de va et vient, il y aura changement de sens, et renversement du courant à chaque bout de course. Le courant est dit dans le premier cas « continu », simplement par opposition au second dans lequel il est dit « alternatif ». Mais le terme « continu » n'implique pas qu'il ait continuellement la même valeur, et ne se rapporte qu'au sens seul de la circulation électrique.

CHAPITRE IV

MACHINE ÉLÉMENTAIRE A COURANTS ALTERNATIFS

27. — Les machines industrielles sont toujours fondées, non sur la translation, mais sur la rotation d'un organe mobile.

On examinera donc d'abord ce qui se passe dans une spire de fil tournant autour d'un axe situé dans son propre plan, et toujours supposée située dans un champ magnétique uniforme. Les deux extrémités de la spire sont reliées à un circuit d'utilisation de la machine.

Soit (fig. 4) A B une spire de fil, enfermant une surface S, et que nous ferons tourner autour d'un axe horizontal xx'. Les bagues conductrices a et b reçoivent les extrémités du fil de cette spire, et des frotteurs portant sur elles, sont les points d'attache du circuit extérieur.

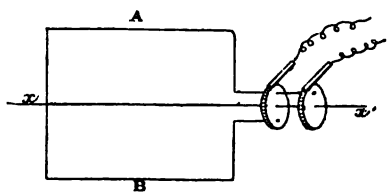


Fig. 4.

Le champ H est supposé horizontal. Enfin nous supposons le mouvement uniforme, condition pratique toujours très approximativement réalisée.

Une telle machine est réalisable, dans le champ terrestre par exemple.

Prenons pour origine la position verticale et comptons les angles et les temps à partir de cette position.

28. Force électromotrice. — Le flux de force qui traverse la spire tournante est seul variable. Sa valeur à l'origine est H S, et à son maximum.

Lorsque la spire s'est inclinée d'un angle α sa valeur est :

$$H S \cos \alpha$$

La variation pour un très petit mouvement, à partir de ce point, est donc :

$$H S \, d\cos \alpha = - H S \sin \alpha d\alpha$$

et la force e. m. est :

$$e = - \frac{df}{dt} = H S \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt}$$

Or $\frac{d\alpha}{dt}$ n'est autre chose que la vitesse angulaire, que nous appellerons m.

$$\frac{d\alpha}{dt} = m, \text{ d'où } \alpha = mt$$

On a donc :

$$e = H S \, m \sin \alpha$$

que l'on peut aussi écrire :

$$e = H S \, m \sin mt$$

La force e. m. induite est donc variable à chaque instant, et suivant une fonction périodique du temps.

Quand, après une rotation $\alpha = \frac{\pi}{2}$ le plan de la spire est une première fois horizontal, la force e. m. est à son maximum, $\left(\sin \frac{\pi}{2} = 1\right)$. Ensuite, elle reste de même sens, mais décroît jusqu'à ce que l'on ait tourné de $\alpha = \pi$. A ce moment, le flux est maximum, mais négatif, puisqu'il entre par la face arrière de la spire. La force e. m. est nulle et va changer de signe.

De $\alpha = \pi$ à $\alpha = 2\pi$, elle repasse par les mêmes valeurs que précédemment, mais en signe inverse. Après $\alpha = 2\pi$, tout est revenu, mais pour la première fois, en l'état primitif.

29. Temps périodique. — Le temps qui s'écoule entre deux passages au même état, temps d'une révolution exacte dans le cas qui nous occupe, est une donnée de grande importance dans l'étude des machines à courants alternatifs.

On l'appellera T, et on devra se souvenir qu'il figure implicitement dans toutes les formules puisque l'on a en général, pour un mouvement uniforme :

$$m = \frac{\alpha}{t}$$

et, en particulier

$$m = \frac{2\pi}{T}$$

quantité qui figurera dans toutes les expressions algébriques des phénomènes alternatifs.

L'expression de la force e. m. est donc :

$$e = m \, H S \, \sin mt$$

et elle serait représentée, en fonction du temps, par les ordonnées d'une sinusoïde (fig. 5).

Le flux de force pourrait être également représenté par les

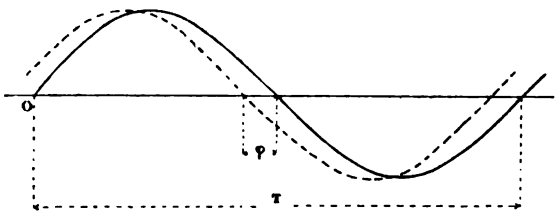


Fig. 5.

ordonnées d'une sinusoïde : mais elle ne se superposerait pas à celle de la force e. m. Ses valeurs zéro auraient lieu en même temps que les valeurs maximum de la force e. m. On l'a représentée en pointillé sur la figure.

La quantité mHS est homogène à une force e. m. Elle représente évidemment le maximum $\mathcal{E}$ de la force e. m. induite, qui a lieu pour $\sin mt = 1$ et nous écrirons, aussi le plus souvent :

$$e = \mathcal{E} \sin m t$$

30. Courant. — Si l'on peut négliger tous les effets d'inductions que le courant lui-même peut exercer soit sur son propre circuit, soit sur des conducteurs voisins, la forme élémentaire de la loi d'Ohm sera applicable, et donnera simplement :

$$i = \frac{\mathcal{E} \sin mt}{r}$$

Les ordonnées de la sinusoïde pourront alors également repré-

senter à une échelle convenable les valeurs du courant au même instant.

Mais si, comme ce sera le cas général, on ne peut pas, par exemple, négliger la self induction du circuit, le courant sera donné par l'équation différentielle :

$$i = \frac{1}{r}\left(\mathcal{E} \sin mt - L\frac{di}{dt}\right)$$

Nous verrons en développant la théorie des courants alternatifs, par quels moyens et quelles hypothèses on effectue l'intégration de cette équation. Mais on peut prévoir *a priori* que le courant ne peut être aussi que périodique. Comme il n'y a aucune raison évidente pour qu'il passe par ses valeurs limites aux mêmes instants que la force électromotrice, on devra le considérer comme ne coïncidant pas avec elles.

31. Phase. — Entre le moment où la force e. m. sera nulle et celui où le courant le sera, il s'écoulera un certain temps, qui sera défini la *différence de phase* entre le courant et la force e. m. Ce temps correspond à un certain angle φ décrit par la spire mobile (étant toujours entendu que l'angle 2π correspond au temps T d'une période complète) et cet angle s'appelle aussi l'angle de phase. Cette quantité joue également un rôle important dans l'étude des appareils à courants alternatifs.

32. Condensation. — Dans le circuit d'une source alternative, il peut exister non seulement des forces e. m. d'induction, mais encore d'autres, résultant de la présence d'un condensateur.

Soit C la capacité d'un de ces appareils, nous supposerons que chacune de ses armatures est reliée à l'un des conducteurs du courant.

Il accumulera évidemment une certaine quantité d'électricité ; et à un moment donné, il existera, entre ses bornes, une différence de potentiel.

La capacité, la différence de potentiels et la charge sont liées par la relation :

$$Q = CE$$

La capacité C étant supposée constante, on a donc à chaque instant :

$$d\,E = \frac{d\,Q}{C}$$

Cette force électromotrice devra aussi entrer, lorsqu'il y aura lieu, dans la formule différentielle de l'établissement du courant. On en verra l'exemple par la suite.

Enfin, tous les conducteurs de ligne, souterrains ou aériens, ont une self induction et une capacité déterminées, par unité de longueur Bien que les effets de ces deux causes soient en général négligeables devant ceux dus à la résistance, encore faut-il être à même de s'en assurer, et de pouvoir en tenir compte dans des cas exceptionnels. Ces effets deviennent prépondérants dans le cas de courants à alternations très rapides comme le sont les courants téléphoniques.

CHAPITRE V

MACHINES ÉLÉMENTAIRES A COURANTS CONTINUS

33. — Les machines à courants continus doivent se diviser en deux classes distinctes.

Dans les machines de la première classe, le courant est non seulement continu comme direction, mais aussi comme grandeur; il est tout à fait assimilable à celui qui serait fourni par une pile. Ces machines sont dénommées *unipolaires*, nom impropre qui leur reste, faute de mieux. Le lecteur initié au langage moderne, sait en effet qu'on ne peut pas considérer l'action d'un seul pôle magnétique, et que la conception d'action à distance doit être remplacée par celle des lignes de force, qui sont toujours le lien entre les deux pôles.

Dans la seconde classe de machines, le courant est redressé par un artifice mécanique, de telle sorte que, si un fil donné pris sur l'induit de la machine est bien parcouru par un courant alternativement, à l'extérieur du moins, le courant est continu comme sens.

L'artifice mécanique employé au redressement du courant est le collecteur-commutateur.

L'intensité du courant dans le circuit extérieur à ces machines ne réalise pas la continuité absolue qui caractérise celui des machines de la première classe. Il y a toujours une ondulation du courant : mais on peut la réduire à être excessivement faible.

Dans certains types de machines, cette ondulation est très forte au contraire. On doit alors considérer le courant qu'elles produisent comme représentant la superposition d'un courant alternatif à un courant continu.

La figure 8 indique la valeur du courant de ces machines en fonction du temps :

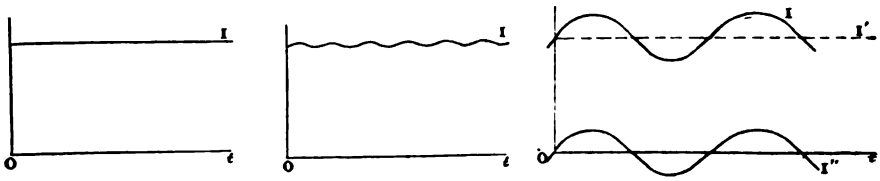


Fig. 6. Courant rigoureusement continu. Machine de la 1re classe.

Fig. 7. Courant faiblement ondulatoire. Machine de la 2e classe.

Fig. 8. Courant fortement ondulatoire. Machine de la 2e classe.

Pour la machine à courant fortement ondulatoire, le courant I représente à chaque instant la somme d'un courant parfaitement continu, tel que I′ et d'un courant alternatif tel que I″.

La presque totalité des machines industrielles appartiennent à la seconde classe. Toutefois, la première a donné naissance à quelques types très intéressants, susceptibles d'applications spéciales.

34. Machines à courant rigoureusement continu. — L'expérience

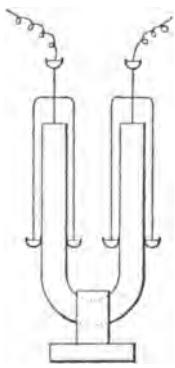


Fig. 9.

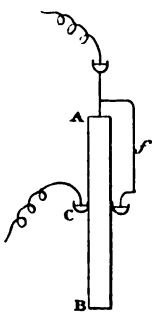


Fig. 10.

de l'équipage mobile d'Ampère, présentée par les figures 9 et 10, contient tout le dispositif théorique de ces machines.

Soit A B un aimant et *f* un fil mobile, qui peut tourner autour de sa moitié supérieure seulement. Lorsque l'on fait effectuer à ce fil un tour complet autour de l'aimant, il coupe toutes les lignes de force qui émanent du pôle A (supposé nord par exemple).

Il est donc le siège d'une force électromotrice, un courant y prendra naissance et parcourra le circuit extérieur supposé fermé.

Soit M le magnétisme de la partie CA (intensité de pôle de l'aimant). Le flux de force qui en émane est 4π M. Ce flux est en entier coupé dans une révolution dont la durée est T.

On a donc :

$$e = \frac{4\pi M}{T}$$

Et si l'on appelle toujours m la vitesse angulaire du mouvement uniforme du fil :

$$m = \frac{2\pi}{T}$$

$$e = 2mM$$

Le courant aurait donc pour expression :

$$i = \frac{2mM}{r}$$

Ce courant est rigoureusement continu, si, comme on le suppose, le flux de force émane uniformément de l'aimant, de telle sorte que toutes les lignes de force soient toujours à angle droit avec le fil, et si la vitesse est uniforme.

La théorie de ce genre de machines se présente donc avec les conditions de la plus grande simplicité.

35. — La Roue de Barlow ou le disque de Faraday ne sont

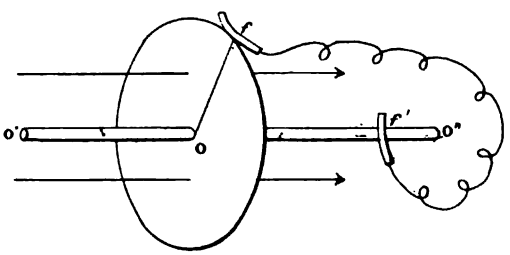


Fig. 11.

qu'une autre forme du même genre de machines, forme déjà susceptible d'une réalisation industrielle (fig. 11).

Un disque métallique, monté sur un axe $o'o''$, tourne dans son

propre plan. Il est placé dans un champ magnétique uniforme, parallèle à l'axe et d'intensité H.

Dans une révolution, un rayon quelconque de longueur a, tel que of, coupe un flux de force égal à $\pi a^2 H$.

Donc :

$$e = \frac{\pi a^2 H}{T}$$

ou, en fonction de la vitesse angulaire $m = \frac{2\pi}{T}$

$$e = \frac{m a^2 H}{2} \text{ et } i = \frac{m a^2 H}{2r}$$

36. — Supposons maintenant que, dans un appareil de cette forme, le champ magnétique ne soit plus uniforme.

Il est évident alors que deux rayons différents, tels que r et r_1 venant en r' et r_1', ne couperont plus, pendant cet intervalle de temps, le même flux de force. La force e. m. engendrée dans chacun d'eux ne sera plus la même. Il est donc à prévoir que la différence des forces e. m. va donner lieu à un courant local qui se fermera dans la masse même du disque (fig. 12). Ce courant ne sera pas utilisable à l'extérieur, et ne servira qu'à échauffer le disque. Si l'on connaît la répartition du champ, il est possible de déterminer les trajectoires de ces courants, ou réciproquement. Ce calcul ne présente d'ailleurs aucun intérêt au point de vue qui nous occupe. Mais cette expérience, réalisée en supprimant tout circuit extérieur, est une des plus frappantes pour la démonstration de la conservation de l'énergie, et a pu servir à une détermination de la valeur de l'équivalent mécanique de la calorie.

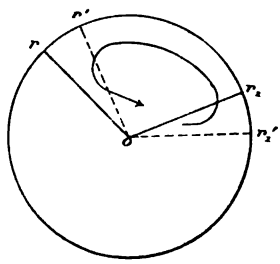


Fig. 12.

C'est aussi l'illustration la plus claire et l'exemple le plus simple de ces courants parasites, dits *courants de Foucault*, qui sont une des causes de perte dans les machines, et sur lesquels nous aurons à revenir par la suite.

Nous en retiendrons cette conséquence que toute masse métallique en mouvement dans un champ magnétique sera, en général, le

siège de courants qui se fermeront dans la masse elle-même et contribueront à son échauffement.

Ce genre de machines se prête peu à des applications industrielles autres que la galvanoplastie, parce que leur force e.m. ne peut pas être accrue par la multiplication du conducteur. Cet accroissement dans la force e.m. ne peut être demandé qu'à celui du rayon, et par conséquent des dimensions de la machine. Cependant, le développement des installations d'éclairage devient tel que les constructeurs voient de plus en plus la nécessité d'agrandir les dimensions de leurs machines. Il n'est donc pas impossible qu'arrivé à une certaine limite, l'on ait intérêt à envisager l'étude des machines unipolaires. C'est un point que l'avenir seul pourra éclaircir.

37. Machines de la deuxième classe. — Les induits des machines à collecteur-commutateur se rapportent à deux types principaux. Ce sont l'induit en *anneau* (Pacinotti-Gramme) et l'induit en *tambour* (Hefner Alteneck).

Pour chacun de ces types, l'organe élémentaire est une spire embrassant une surface généralement rectangulaire.

Dans le type en anneau, l'axe de rotation est situé dans le plan de la spire, parallèle à l'un de ses côtés, mais en dehors

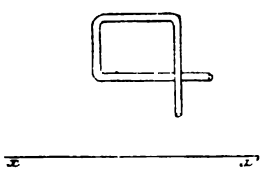


Fig. 13.

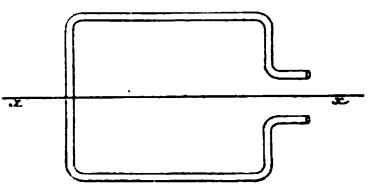


Fig. 14.

d'elle (fig. 13). Dans le type en tambour, l'axe traverse la spire, et constitue sa plus grande médiane (fig. 14).

Dans le premier cas, la rotation du fil engendre un tore, d'où le nom d'induit en anneau. Dans le second, le volume engendré est celui d'un cylindre, ce qui justifie la dénomination de tambour.

Dans quelques machines, on a admis d'autres formes pour la spire élémentaire, celle d'un cercle par exemple (Thomson-Houston).

Quelle que soit cette forme, la théorie élémentaire reste la même, et est une application directe des formules établies précédemment.

Supposons à l'origine le plan de la spire perpendiculaire à la direction du champ magnétique. Le flux de la force est maximum, égal à HS et positif, par exemple.

Pendant le mouvement, le champ étant uniforme, le flux suit la loi du cosinus, et sa variation, celle du sinus. Toute cette partie de la théorie ne diffère en rien de ce qui a été exposé plus haut au sujet de celle de la machine élémentaire à courants alternatifs.

Mais, pour le redressement des courants, intervient l'organe nouveau, le *commutateur*.

Un cylindre métallique est fendu suivant un plan diamétral, et le métal enlevé est remplacé par une matière isolante. Ce cylindre est monté sur l'axe, et à chacune de ses moitiés aboutit une des extrémités de la spire tournante (fig. 15 et 16). Deux frotteurs *f*

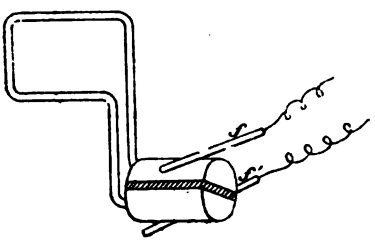


Fig. 15.

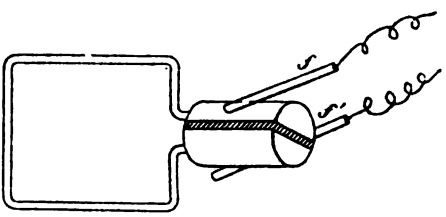


Fig. 16.

et *f'* prennent leur contact sur le cylindre en deux points diamétralement opposés. Le fil qui constitue le circuit extérieur aboutit à ces deux pièces.

La position relative du commutateur sur l'axe, par rapport à celle des frotteurs, est alors rigoureusement déterminée. Le plan occupé par la partie isolante doit être en contact avec eux à peu près au moment où le flux est maximum.

C'est, en effet, le moment où le courant *dans la spire* va changer de sens. Pour qu'il ne change pas en même temps dans *le circuit extérieur*, il faut qu'à ce moment même chaque frotteur quitte un demi-cylindre pour passer sur l'autre.

La position du commutateur sur l'axe est d'ailleurs complète-

ment indifférente, pourvu que la condition ci-dessus soit remplie

On reconnaît dans cet organe l'ancien commutateur des machines de Pixii et de Clarke.

38. — La force de la courbe figurative du courant dans le circuit extérieur serait alors, d'après notre théorie élémentaire, celle d'une succession d'arcs de sinusoïde tous positifs (fig. 17). Il y auarit

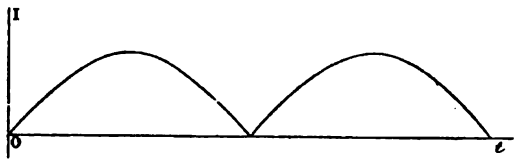


Fig. 17.

un point de rebroussement à chaque valeur zéro, c'est-à-dire au moment du passage des balais frotteurs sur la fente du commutateur.

Pratiquement, de tels phénomènes présentant des points singuliers ne peuvent pas exister ; la continuité, qui est une loi fondamentale des phénomènes naturels, s'y oppose formellement et ce n'est que par les hypothèses introduites pour pouvoir les soumettre au calcul que s'introduisent ces points singuliers.

Ici, il est facile de voir qu'il n'en existera pas et que deux arcs successifs de sinusoïde seront raccordés par une courbe continue

Fig. 18.

(fig. 18), et que le courant dans le circuit extérieur ne sera nul à aucun moment. En effet, lorsque les frotteurs quittent le contact métallique pour passer sur la matière isolante, le circuit est un moment rompu ; il y prend naissance un extra-courant de rupture direct, c'est-à-dire de même sens que le courant précédent et qui se manifeste par l'étincelle. Comme la partie isolante est mince,

elle dure jusqu'à ce que le contact soit rétabli dans le sens inverse.

Un tel courant est donc continu comme sens, mais non comme intensité, dans le circuit extérieur. Il est fortement ondulatoire, variant depuis un minimum très petit jusqu'à un maximum I.

39. — La constance dans l'intensité a pu être obtenue d'une manière à peu près complète par l'emploi du *collecteur*.

Imaginons, sur un anneau servant de support, une succession de spires formées à l'aide d'un fil unique, enroulé un grand nombre de fois autour de l'anneau, et fermé sur lui-même (fig. 19).

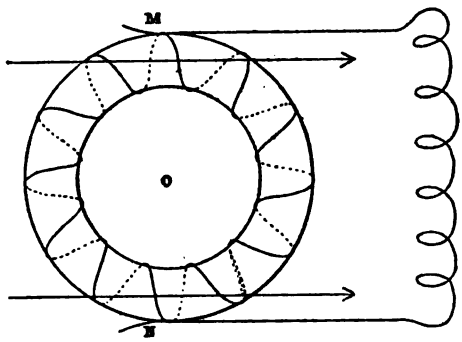


Fig. 19.

Soit H le champ magnétique, perpendiculaire à l'axe de rotation.

Plaçons deux frotteurs M et N, diamétralement opposés, portant sur les spires qui sont supposées dénudées à l'endroit du contact, et assez serrées sur l'anneau pour que le contact ne soit rompu avec l'une d'elles qu'après être établi avec l'autre.

Dans toutes les spires qui sont situées d'un même côté de la ligne MN, à gauche par exemple, une force e. m. est développée par le mouvement. Elle est variable d'une spire à l'autre, puisqu'elles sont diversement inclinées par rapport à la direction du champ magnétique. Mais toutes ces forces e. m. élémentaires s'ajoutent entre elles, et leur somme, de M à N forme la force e. m. de la machine à la vitesse considérée.

Par raison de symétrie, à droite de la ligne MN il en est de même,

et la force e. m. des spires de droite égale exactement celle des spires de gauche. Seulement, son signe est inverse, de telle sorte qu'il y a opposition exacte entre les deux moitiés de l'anneau.

Donc, dans ce circuit fermé sur lui-même, qui entoure l'anneau, aucun courant ne peut prendre naissance. Il existe seulement entre deux points quelconques une différence de potentiels qui est à son maximum pour les points M et N.

40. — Si l'on réunit maintenant les frotteurs par un fil de jonction, celui-ci sera parcouru par un courant, qui sera la somme de ceux qui parcourent les deux moitiés de l'anneau.

Dans la pratique, les balais frotteurs ne portent pas sur les fils directement, mais bien sur un cylindre formé d'une série de lames métalliques, taillées en voussoir, isolées entre elles, mais chacune réunie au point de jonction de deux spires ou groupes de spires successives (fig. 20).

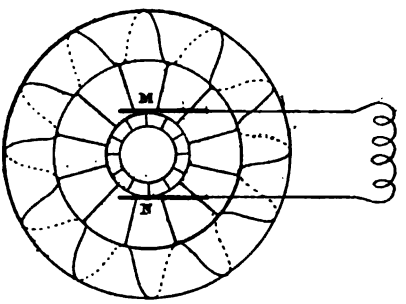


Fig. 20.

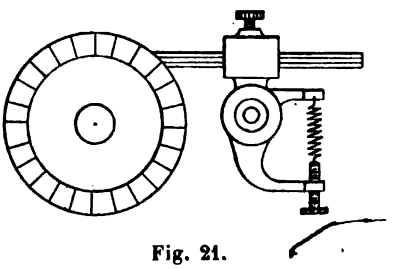


Fig. 21.

Le courant dans le circuit extérieur est continu comme sens. Son intensité est aussi à très peu près constante.

En effet, le balai frotteur occupe sur la surface du collecteur un espace angulaire déterminé presque toujours inférieur à celui qu'occupe une des lames, mais toujours supérieur à celui de la matière isolante qui les sépare (fig. 21). Il porte donc alternativement soit en plein sur une lame, soit en partie sur deux, comme le représente la figure.

Lorsqu'il porte en plein, les forces électro-motrices de toutes les spires de chaque moitié de l'anneau s'ajoutent. Lorsqu'il porte au contraire sur deux lames, la spire (ou le groupe de spires) dont

les extrémités aboutissent à ces lames se trouve en court-circuit, c'est-à-dire fermée sur elle-même par ce balai. Il y a donc une force e. m. totale un peu moins élevée que précédemment.

On comprend que la différence qui existera entre les valeurs extrêmes sera d'autant plus faible que le nombre des lames sera plus grand et qu'on pourra la réduire au minimum en prenant ce nombre égal à celui des spires.

Dans la plupart des machines à collecteur, on s'arrange en effet, pour qu'il y ait seulement un petit nombre de spires pour composer chaque *bobine élémentaire* de l'induit, et en même temps un assez grand nombre de lames au collecteur.

Il faut remarquer que si les balais occupent la position théorique MN, telle que les spires auxquelles ils communiquent soient normales au champ magnétique, la force e. m. dans ces spires étant théoriquement nulle, ou extrêmement faible, il semble qu'on puisse obtenir la continuité absolue.

Mais nous verrons par la suite que dès qu'un courant parcourt les circuits, ces balais ne peuvent plus occuper la position théorique qui est déduite de la théorie élémentaire dans laquelle on néglige les réactions secondaires de l'induit.

En pratique, l'ondulation existe donc toujours et un appareil sensible, le téléphone, suffit à le démontrer, par le ronflement qu'il donne lorsqu'on le met en dérivation sur un circuit parcouru par le courant d'une machine de cette espèce.

41. — Les formules de la force e. m. et du courant extérieur sont faciles à établir.

Le flux de force positif maximum à travers une spire est HS. Après un quart de tour il s'annule ; après un demi-tour il est devenu HS, maximum négatif.

Pour ce demi-tour, la variation est 2HS. Si l'anneau est entouré de $2n$ spires, formant d'ailleurs un nombre quelconque de bobines élémentaires, il n'y en a que la moitié, soit n qui concourent à la production de la force e. m. et l'on a

$$e = \frac{n2HS}{T}$$

T étant la durée d'un demi-tour.

Cette force e. m. est donc proportionnelle au nombre de spires n; à $\frac{1}{T}$ c'est-à-dire à la vitesse angulaire du mouvement de rotation; enfin au flux maximum, qui dépend lui-même de la surface embrassée par les spires, et de l'intensité du champ magnétique.

Appelons R la résistance extérieure, et r celle d'une moitié de l'anneau (n spires), on aura :

$$I = \frac{e}{R + \frac{r}{2}} = \frac{2nHS}{T\left(R + \frac{r}{2}\right)}$$

42. — Ces considérations et formules, développées sur l'exemple d'une machine du type à *anneau* s'appliquent sans aucune modi-

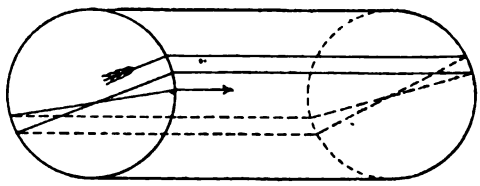


Fig. 22.

fication au type à *tambour*. Dans celui-ci, les spires sont enroulées autour du noyau, en tournant d'un certain angle après chaque tour : elles se croisent sur les bouts (fig. 22), et l'ensemble, une

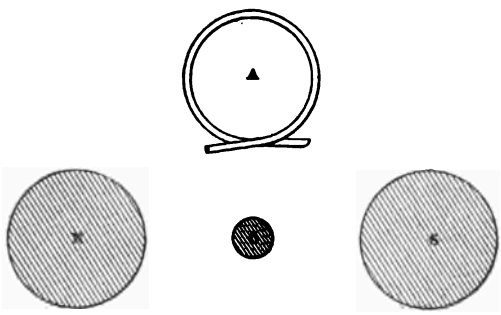


Fig. 23.

fois le tambour recouvert, se présente sous la forme d'un cylindre terminé par deux sortes de calottes coniques.

Le collecteur est relié au milieu du fil à son passage sur l'une des bases, point que l'on peut considérer comme la fin d'une spire et le commencement de l'autre.

43. — Les machines *à disque* ont reçu leur nom en raison de la forme généralement très plate de leur induit. La spire induite se déplace dans son propre plan, et vient se présenter dans les champs magnétiques. Soit A cette spire (fig. 23) qui tourne autour d'un axe projeté en O, et soient N et S les pôles d'un aimant situé normalement au plan de la figure, et en arrière. Dans sa rotation, la spire passera devant ces pôles, et sera traversée par un flux de force variable. Elle est donc soumise à l'induction.

Dans la pratique, on emploie un grand nombre de ces spires

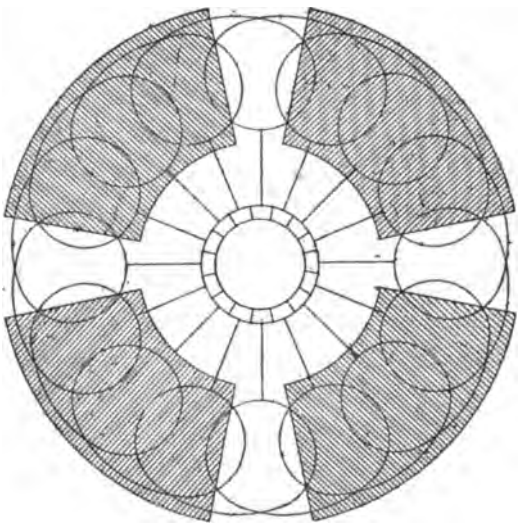


Fig. 24.

qui se recouvrent entre elles (fig. 24) et qui sont reliées à un collecteur comme le montre la figure. Ces machines sont généralement multipolaires.

On comprend sans peine qu'il serait impossible de réaliser une telle machine dans un champ magnétique uniforme, de quelque manière qu'on l'oriente. Mais sa théorie n'en reste pas moins identique à celle des autres types décrits, sous le bénéfice des remarques développées plus loin au § 45.

44. — Quelques types de machine, à anneau et tambour (Brush, Thomson-Houston), ne peuvent rentrer exactement dans aucune

des deux subdivisions mentionnées. Leur collecteur est en effet une sorte de commutateur redresseur multiple. D'autre part, les balais établissent entre les différentes spires des liaisons électriques temporaires qui modifient périodiquement la résistance intérieure de la machine. La théorie élémentaire ne donnerait que des approximations très vagues sur leur fonctionnement, par suite de ces faits, et aussi parce que les réactions intérieures que nous négligeons ici prennent une importance très considérable. Nous y reviendrons à propos de l'étude détaillée de ces machines.

45. — Dans tout ce qui précède, on a toujours supposé que le mouvement des spires induites s'effectuait dans un champ magnétique uniforme, tel que le champ terrestre.

De tels champs ne sont guère réalisables, et, en pratique, on obtient toujours le flux de force à l'aide d'électro-aimants. Le noyau sur lequel se fait l'enroulement des fils se fait en fer, qui est susceptible d'une aimantation beaucoup plus élevée que l'air ou toute autre matière. L'ensemble d'une machine est donc beaucoup plus complexe que les conditions élémentaires que nous avons supposées remplies ; et le flux de force dans le plan d'une spire n'est, pour ainsi dire, jamais uniforme.

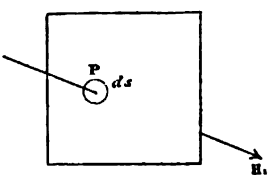


Fig. 25.

Ceci cependant ne change rien aux formules établies, pourvu qu'on attribue à H la signification convenable.

Dans le plan de la spire, considérons un point P (fig. 25). Dans un petit espace superficiel *ds* autour de ce point, le flux pourra être considéré comme uniforme. Soit H_1 sa valeur, et soit α l'angle que font les lignes de force avec la normale à l'élément *ds* considéré ; la composante normale du flux de force à travers la surface *ds* sera

$$H ds . \cos . \alpha$$

Pour l'ensemble de tous les points tels que P, la somme des composantes normales ainsi définies sera l'intégrale, étendue à la surface S, de cette expression, c'est-à-dire

$$\int H_1 \, ds \cos \alpha$$

Cela posé, si nous écrivons

$$HS = \int H_1 \, ds \cos \alpha$$

la quantité H, définie par cette expression, sera la valeur *moyenne* du champ magnétique normal, à travers le plan de la spire, ou en d'autres termes, sera la valeur du champ normal uniforme, qui produirait le même flux que le champ quelconque considéré.

C'est là la signification qu'il faut donner à cette quantité H dans les formules précédentes pour qu'elles restent applicables aux cas plus complexes.

La répartition exacte du flux est à peu près impossible à connaître. D'ailleurs elle importe peu, et la valeur moyenne H définie comme ci-dessus pourra au contraire toujours être obtenue à l'aide de l'observation des moyennes, convenablement définies, des phénomènes observés.

Lorsqu'il s'agira de flux dans le fer, nous substituerons à l'expression de *champ magnétique* et au symbole H, le terme d'*induction* et le symbole B, et cela pour nous conformer à un usage général. Mais il est bien entendu que l'induction n'est pas autre chose que le champ magnétique dans le fer. Le seul point à remarquer est que dans l'intérieur d'une substance magnétique aimantée qui crée un champ dans une substance moins magnétique, telle que l'air, les lignes de force doivent être supposées se diriger du pôle sud vers le pôle nord, afin de continuer les lignes du champ extérieur.

46. — C'est à dessein que nous avons fait l'étude des formes élémentaires dans des champs magnétiques uniformes, sans avoir en aucune manière cherché comment ces champs pouvaient être créés.

Il entre en effet, dans notre plan, de traiter d'une manière tout à fait distincte les propriétés magnétiques et électriques ; et dans les chapitres plus détaillés qui suivent, nous examinons séparément :

Le circuit magnétique ;

Le circuit électrique.

Cette classification nouvelle n'est pas identique à celle qui con-

siste à séparer l'inducteur de l'induit, car celui-ci renferme en général du fer qui fait partie du circuit magnétique, et ni l'un ni l'autre ne comprennent *l'entrefer.*

Cependant il y a une telle dépendance physique des deux circuits que l'étude de l'un ne peut être complétée que par celle de l'autre, et la division, nécessaire au point de vue didactique, n'a qu'une valeur relative d'analyse.

Cette dépendance mutuelle est telle que les machines les mieux calculées peuvent donner de mauvais résultats si l'on n'en a pas su tenir compte.

Mais avant d'envisager successivement dans le détail les circuits magnétiques et électriques, le lecteur devra être déjà familiarisé avec les principales formes des machines industrielles, dont la description sommaire fait l'objet des chapitres suivants.

TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE DESCRIPTIVE DES MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES

CHAPITRE VI

MACHINES A COURANTS CONTINUS

47. — Les machines à courants continus étant les plus répandues, nous commencerons par elles la description des principales formes industrielles.

Les machines de Pixii et de Clarke sont bien connues, et ont figuré longtemps dans les laboratoires comme seuls spécimens des appareils dynamo-électriques. Leurs applications ont d'ailleurs été nulles ou à peu près.

48. — Les premiers appareils industriels sont dérivés de la machine de Siemens, à induit en double T et enroulement longitudinal.

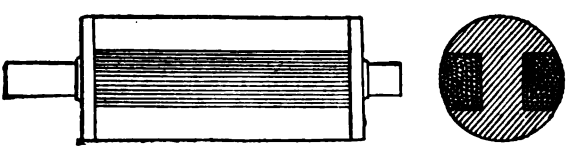


Fig. 26.

Cet induit se compose (fig. 26) d'une pièce de fer circulaire, dans laquelle ont été pratiquées deux rainures longitudinales.

Le fil, isolé, est enroulé dans ces rainures un grand nombre de fois, jusqu'à ce qu'il les remplisse complètement. Les deux extrémités aboutissent aux deux coquilles d'un commutateur simple.

L'induit ainsi formé se trouve bobiné longitudinalement, d'une manière analogue à une *navette* à filet : aussi l'appelle-t-on parfois induit à navette. Il est placé entre les branches d'une série d'aimants qui sont elles-mêmes munies de pièces de fer formant armature ou épanouissements polaires, et embrassant étroitement l'induit en ne lui laissant que le jeu mécaniquement nécessaire pour assurer le mouvement de rotation.

Deux ressorts frottant sur le commutateur servent de points d'attache au fil du circuit extérieur.

Si l'on veut transformer la machine pour lui faire produire des courants alternatifs, il suffit de remplacer les deux moitiés du commutateur par deux bagues, ou même par une seule, si l'on veut utiliser la *masse* de l'appareil comme conducteur. C'est sous cette dernière forme que cette machine, réduite à de très petites dimensions, est aujourd'hui très employée pour actionner les sonneries des postes téléphoniques à appel magnétique.

Elle est usitée aussi pour produire dans les *exploseurs*, les courants de courte durée qui sont nécessaires à l'inflammation des amorces de mines ou des mélanges explosifs dans les moteurs à gaz.

La simplicité de construction de cette petite machine en indiquait l'emploi pour les usages temporaires, où la petitesse de l'effet à produire rend inutiles les considérations relatives au rendement, qui est, pour bien des raisons, assez faible.

49. — La machine de Wilde (fig. 27), aujourd'hui abandonnée, est dérivée du type Siemens. C'est une machine double, dans laquelle une petite machine à aimant envoie tout son courant autour des noyaux de l'électro-aimant qui forme le champ magnétique de la machine principale.

Cette petite machine, dite *excitatrice*, fut partiellement supprimée par Ladd, qui plaça la petite bobine entre les branches supérieures de l'électro-aimant, tandis que la bobine principale restait à l'autre bout.

Le magnétisme rémanent du fer suffisait, à l'origine du mouvement, à créer un courant faible, qui renforçait le magnétisme jusqu'à l'état d'équilibre.

Ladd, en supprimant les aimants permanents, découvrait en réa-

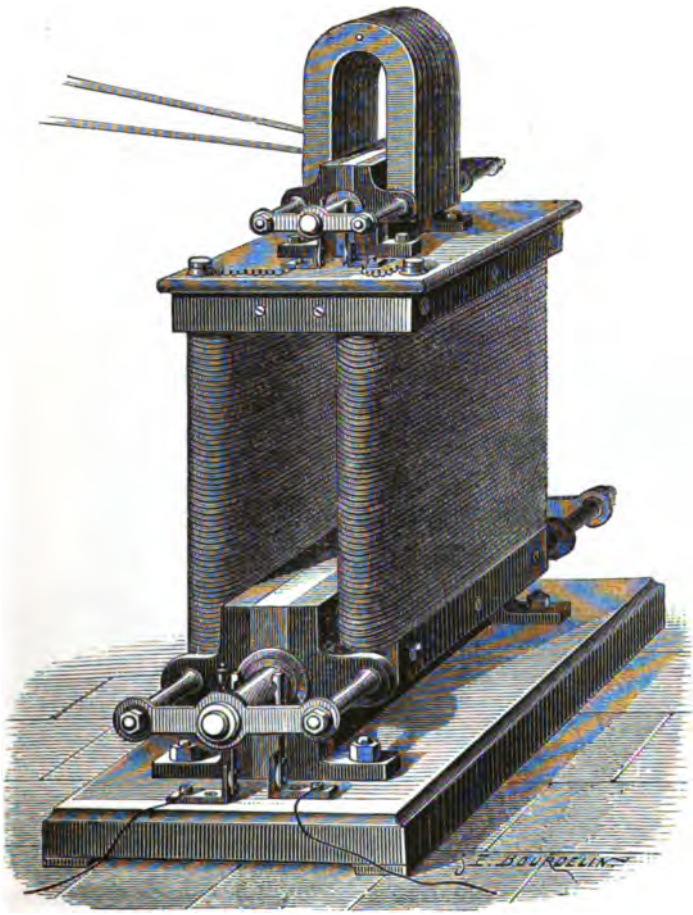


Fig. 27.

lité, aux trois quarts, pour ainsi dire, le principe de l'auto-excitation, qui consiste à supprimer aussi la bobine excitatrice et à emprunter à la bobine principale elle-même le courant nécessaire à l'aimantation des inducteurs. Cette dernière idée vint en effet à plusieurs inventeurs simultanément.

L'existence du magnétisme rémanent, à l'origine du mouvement, suppose que les inducteurs ont été une fois au moins magnétisés à l'aide du courant d'une source auxiliaire. C'est, en effet, ce qu'on fait d'habitude, afin de bien déterminer le sens de l'aimantation qu'ils conserveront. Mais, à la rigueur, le champ terrestre peut suffire à créer dans le fer le magnétisme initial que

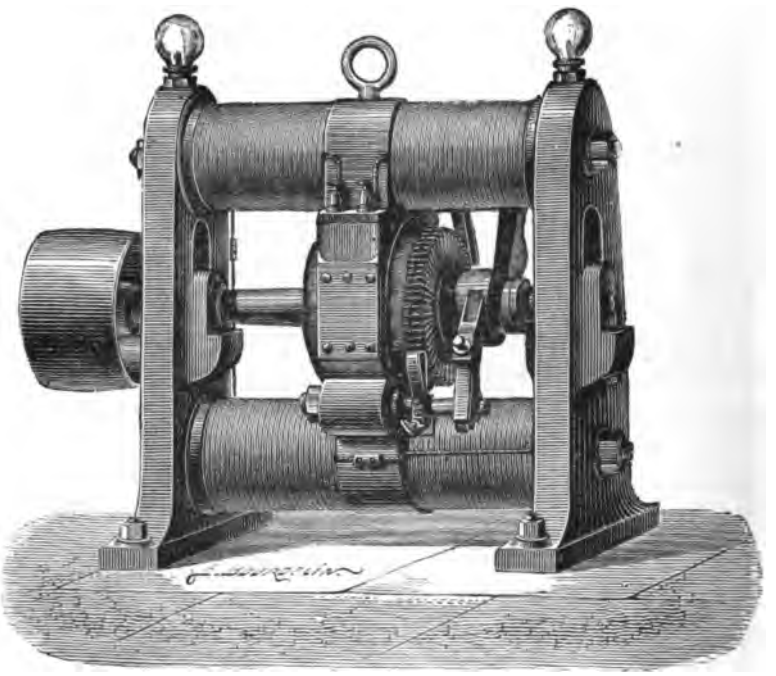


Fig. 28.

le jeu de la machine renforce rapidement jusqu'à un certain état d'équilibre que nous apprendrons à définir.

50. — Les machines de Wilde et de Ladd en Angleterre, ainsi que les machines de la Compagnie l'Alliance en France (que nous décrirons à propos des machines alternatives) ont reçu quelques applications particulièrement à l'éclairage des phares.

Elles ont cédé la place, comme machines à courants continus, aux types beaucoup plus parfaits, de machines à collecteurs, qui ont été créés lorsque M. Gramme eut réinventé l'anneau et le col-

lecteur de Pacinotti, et lancé ses premières machines dans l'industrie.

La machine *type d'atelier* qui est très répandue et dont un grand nombre fonctionnent encore après douze ans de marche, dans d'excellentes conditions est représentée figure 28.

Deux flasques verticales sont entretoisées par les noyaux de fer

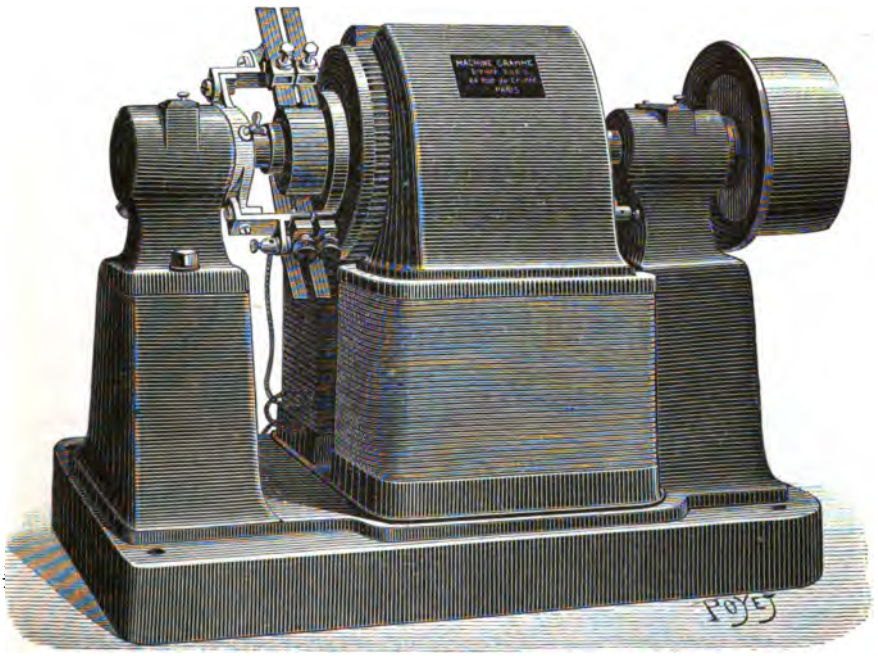


Fig. 29.

qui forment les âmes des inducteurs. Elles forment en même temps palier pour supporter l'induit. Au milieu des noyaux de fer se trouvent deux pièces de fonte formant épanouissements polaires, et embrassant de très près la bobine tournante.

Le contact sur le collecteur est pris à l'aide de deux balais en fil de cuivre argenté, pris dans une monture en cuivre qui peut pivoter autour d'un boulon, et dont un ressort permet de régler la pression.

La figure 29 représente la forme la plus moderne des machines Gramme, dénommée *type supérieur* à cause de la position de l'anneau en haut de la machine.

Le système inducteur est formé de deux noyaux de fonte, creux, terminés par des pièces polaires qui embrassent l'anneau sur une grande partie de sa circonférence.

Une plaque de fondation réunit les noyaux des inducteurs et porte les deux paliers qui reçoivent l'arbre de l'induit.

Toutes ces pièces : bâti, noyaux d'inducteurs, pièces polaires et l'un des paliers sont formés d'une même pièce de fonte. Il n'est nécessaire de rapporter qu'un palier, pour permettre l'introduction de l'induit, et la machine se trouve ainsi complétée.

La préoccupation de l'inventeur est évidente : il a cherché à réduire au minimum la main-d'œuvre d'atelier, afin de diminuer les prix des machines.

Le fil inducteur préalablement enroulé sur des mandrins est simplement descendu à sa place.

L'induit est formé d'une âme en fil de fer recouverte par le fil. Le collecteur est composé de pièces de cuivre isolées et maintenues en place à l'aide d'une frette en bronze, également isolée qui est glissée sur lui et poussée jusqu'aux épanouissements où se soudent les fils. La figure 30 indique ces divers détails.

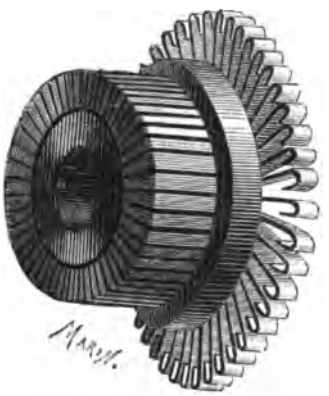


Fig. 30.

Enfin un croisillon métallique, pénétrant jusqu'au fer, sert de support à l'anneau et le centre par rapport à l'arbre.

Les balais sont portés par une traverse pouvant osciller sur l'un des paliers, et concentriquement à l'arbre, ce qui permet de les placer sur le collecteur de la manière la plus convenable.

51. — La machine Siemens est, au contraire des précédentes, toujours construite avec un induit du principe *à tambour*, de M. Hefner Alteneck.

La figure 31 représente la disposition primitive de ces machines. Les noyaux de l'inducteur sont formés de barres de fer plat, convenablement conformées, formant deux systèmes réunis par des culasses de fer.

Le tout est disposé horizontalement et l'armature tourne au milieu de l'ensemble.

Le diagramme (fig. 32) représente l'enroulement de ces induits, schématiquement seulement, et en supposant le nombre de bobines

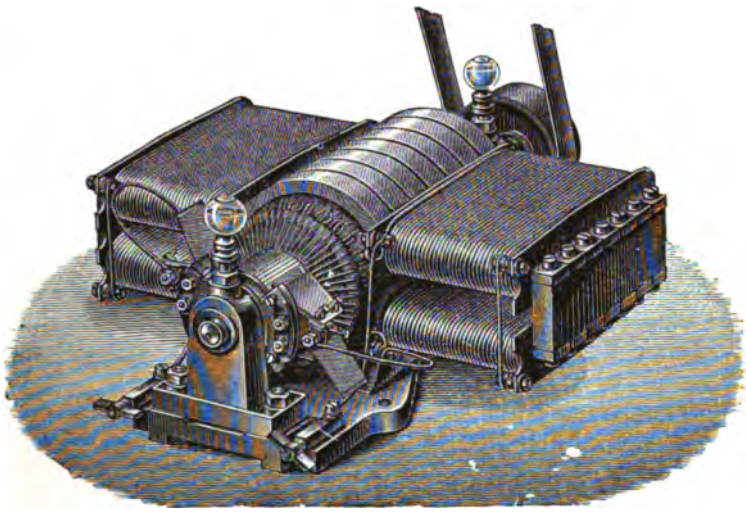


Fig. 31.

élementaires réduit à huit, et chacune d'elles formées d'une seule spire.

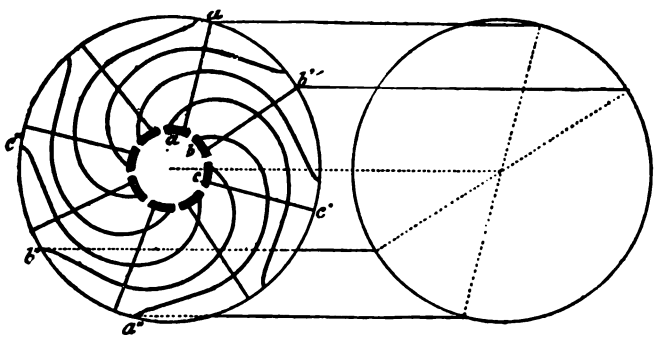


Fig. 32.

La première bobine, partant de la lame *a* du collecteur, va radialement en *a'*, contourne le cylindre, revient en *a''* et de là en *b*, lame du collecteur voisine de *a*.

La seconde bobine élémentaire part de *b* et contournant de

même le cylindre, arrive en *c*. On continue de la sorte jusqu'à ce que le collecteur soit complètement occupé.

La dernière bobine élémentaire se ferme en *a*, point de départ de la première.

On réalise donc ainsi comme pour l'anneau la continuité métallique du circuit intérieur.

La figure 33 indique avec plus de détail le mode de construction.

Deux plateaux de bronze sont assujettis sur l'arbre, ils sont fendus sur leur circonférence de manière à permettre l'insertion de

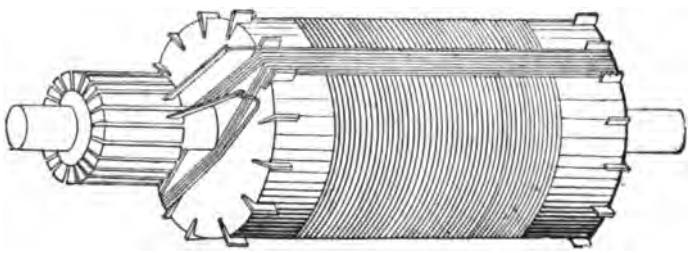


Fig. 33.

petites cales de bois qui limitent la place que doit occuper chaque écheveau formant une bobine élémentaire.

Ces plateaux portent, voisins de l'arbre, deux renflements qui reçoivent une tôle enroulée cylindriquement. L'ensemble figure à ce moment une véritable bobine de fil à coudre, mais dépourvue de son fil. Sur elle, on enroule alors du fil de fer, en couches superposées, jusqu'au niveau du bord des joues que forment les plateaux.

Le noyau d'induit ainsi constitué est alors prêt à recevoir le fil conducteur isolé. Une bobine élémentaire seulement est indiquée sur la figure. Son fil fait plusieurs tours : à chaque passage diamétral, la moitié de ces fils passe à droite, et la moitié à gauche de l'arbre.

Il faut remarquer que chaque bobine élémentaire occupe deux génératrices sur le tambour, et qu'elle ne correspond qu'à une seule lame de collecteur. Aussi si le nombre de ces lames est égal à celui des divisions du tambour, celui-ci se trouve être complètement recouvert tandis qu'on n'a utilisé encore que la moitié des

lames du collecteur. Aussi on achève le bobinage en superposant une nouvelle couche de fil sur celle qui est déjà posée, de telle sorte qu'il existe deux couches bien distinctes de fil.

Souvent aussi, on double le nombre des divisions du tambour, mais on a soin lors du placement des premières bobines élémentaires, de sauter alternativement une de ces divisions qu'on laisse libre. Lorsque la moitié du collecteur a été utilisée, il reste libre un nombre convenable de divisions du tambour, intercalées entre celles qui sont occupées, et qui reçoivent le fil qui, tout à l'heure, formait la couche supérieure.

Ces deux modes de faire sont équivalents et se trouvent indifféremment usités sur les machines à tambour.

52. — Vers 1885, les machines de M. Kapp en Angleterre et de M. Gramme en France, ayant vulgarisé l'idée de placer l'induit à

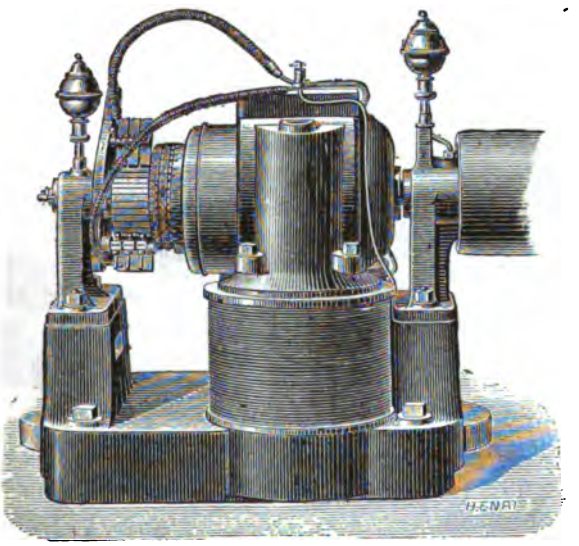


Fig. 34.

la partie supérieure d'un inducteur en fer à cheval simple, les machines Siemens reçurent une forme analogue, représentée figure 34.

Dans ces types nouveaux, le bâti sert de culasse à l'inducteur. Celui-ci est formé de deux noyaux de fer, autour desquels est

enroulé le fil, surmontés de pièces de fonte formant épanouissements polaires.

Dans les machines de forte puissance, le collecteur présente une particularité spéciale. Les fils se soudent à une sorte de collecteur très court. Sur les lames de celui-ci sont vissées d'autres lames, en acier, qui les dépassent latéralement, et forment un collecteur creux sans aucun autre isolant que l'air. C'est sur ces

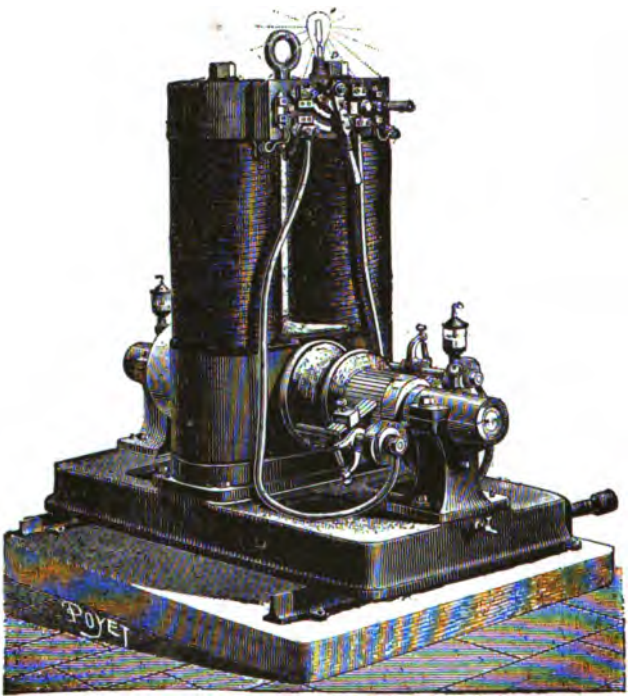


Fig. 35.

lames d'acier que portent les balais qui sont toujours montés sur une pièce oscillante.

Les croisements des fils, aux deux bouts du noyau sont cachés par des calottes en laiton embouti.

53. — Les machines Edison, telles que les construit la Compagnie française (fig. 35) sont également du type à tambour. Leur bobinage ne diffère que très peu de celui des induits Siemens. On a seulement imprimé au collecteur une sorte de torsion, de 90°,

telle que la lame réunie aux extrémités de deux bobines soit à peu près équidistante de celles-ci. La figure 36 représente schématiquement le croisement des fils sur la face du tambour voisine du collecteur pour un nombre pair de bobines élémentaires. La figure 37 représente la même chose avec un nombre de bobines

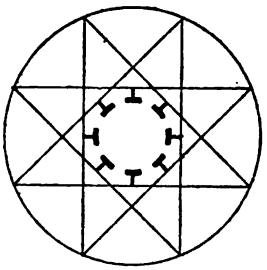


Fig. 36.

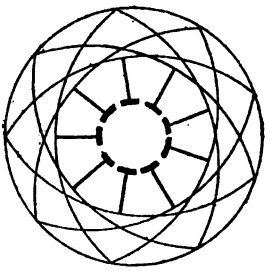


Fig. 37.

impair. Toutes deux sont complètement symétriques. La dernière disposition n'a pas d'inconvénients en général, mais ne présente pas non plus d'avantages sensibles. En pratique, on n'emploie que des nombres pairs de divisions.

Les fils conducteurs induits étaient à l'origine formés de barres ou barettes de cuivre carré placées à plat sur le tambour. La traversée des extrémités se faisait à l'aide de disques, à oreilles, où ces barettes se vissaient. Ces disques, séparés les uns des autres par une matière isolante, étaient enfilés sur l'arbre en prolongement du noyau.

La multiplicité des attaches par vis, qui sont délicates à faire

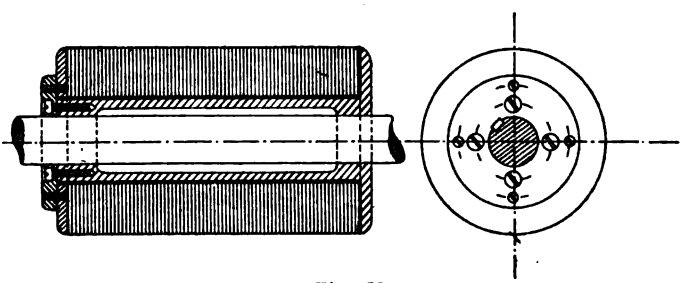


Fig. 38.

dans les conditions de bon contact voulues, ont fait renoncer à cette disposition. Les dispositions aujourd hui employées sont les suivantes (fig. 38).

Sur une sorte de bobine dont l'une des joues est mobile, on enfile des disques de tôle de un demi-millimètre d'épaisseur isolés entre eux par du papier. L'ensemble est fortement serré par le fond rapporté qui est fixé par de fortes vis. Le noyau aussi fixé est monté sur l'arbre, et tourné. Les fils sont placés et maintenus par des dents de carton, comme dans le type Siemens.

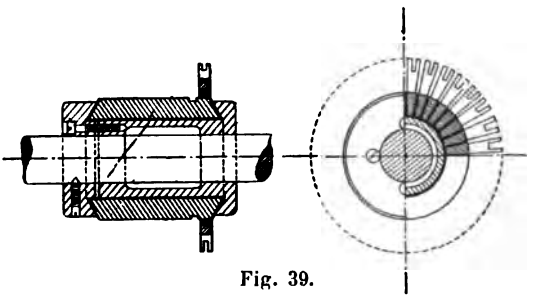


Fig. 39.

Le collecteur (fig. 39) est formé de lames de cuivre, isolées par du mica, et solidement maintenues par un noyau en deux pièces, qui emprisonne leurs extrémités.

Les lames sont prolongées radicalement par des ailettes de laiton présentant une fraisure étroite et profonde, où les fils trouvent leur logement.

Dans les types de forte puissance, ces fils ne sont pas soudés, mais simplement serrés au matoir dans la fente, et maintenus en cet état par une contre-plaque vissée à la partie supérieure de l'ailette et soudée. Cet arrangement a été trouvé pratiquement bien supérieur à la soudure qui devenait très difficile lorsque les fils devenaient nombreux.

Les fusées de l'arbre ne sont tournées que lorsque tous les clavetages sont faits, afin d'être assuré du parfait centrage de l'induit.

L'inducteur est formé d'un électro-aimant simple, en fer à cheval, dont l'induit occupe la partie inférieure. Une pièce de zinc, métal non magnétique, sépare les pièces polaires du bâti en fonte qui reçoit les paliers. Ces machines sont montées sur des rails qui permettent d'éloigner la machine et de tendre sa courroie.

Dans les types de forte puissance (fig. 40), tant pour éviter l'emploi de pièces trop lourdes qu'afin de réduire la place occupée en plan, on a mis deux paires d'électro-inducteurs et

l'armature occupe le milieu du système magnétique. Les noyaux

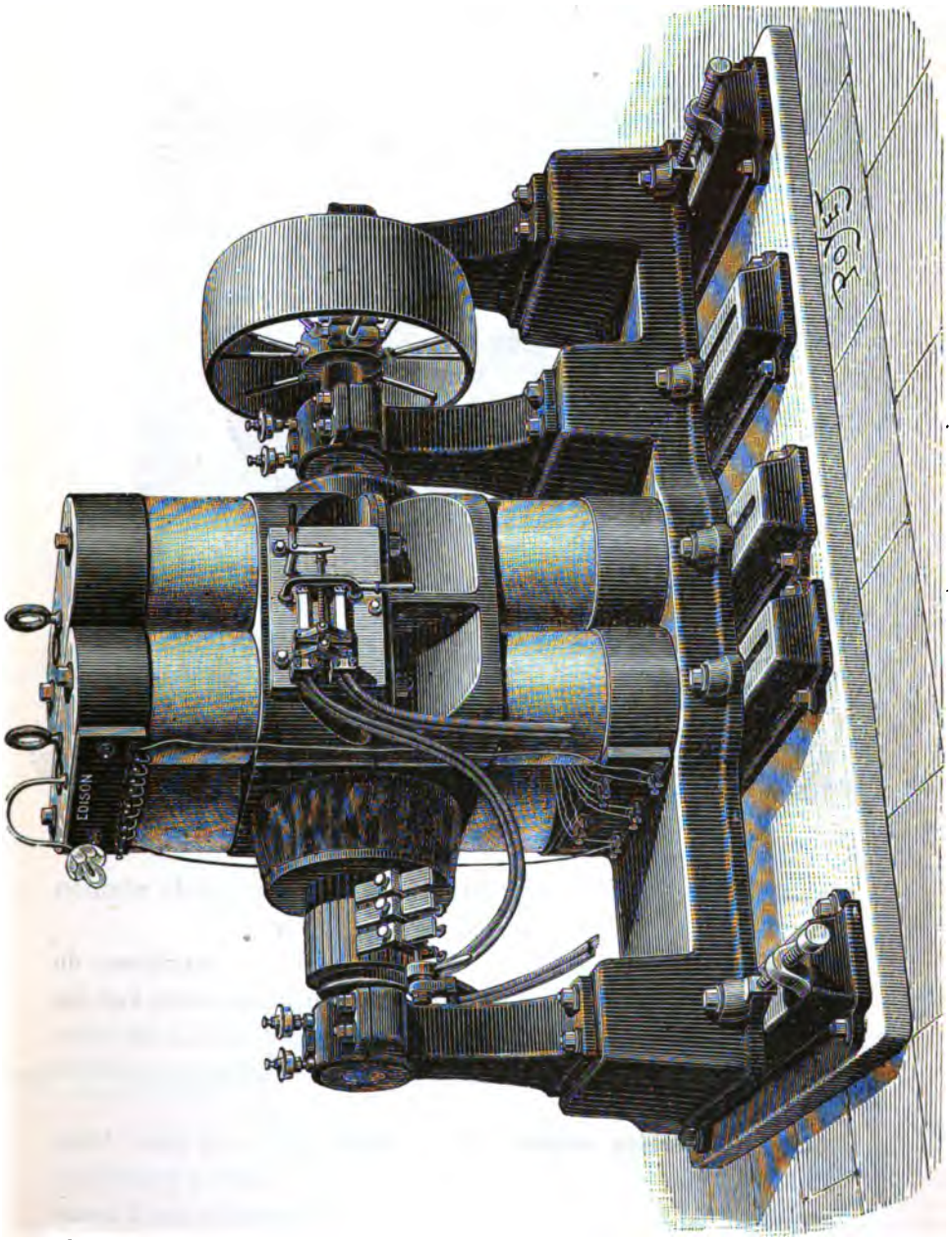


Fig. 40.

des inducteurs et les culasses sont en fer forgé ; les épanouissements polaires sont en fonte.

Dans des modèles tout récents, la compagnie Edison a appliqué une forme différente d'inducteurs (fig. 41). Ceux-ci à droite et à

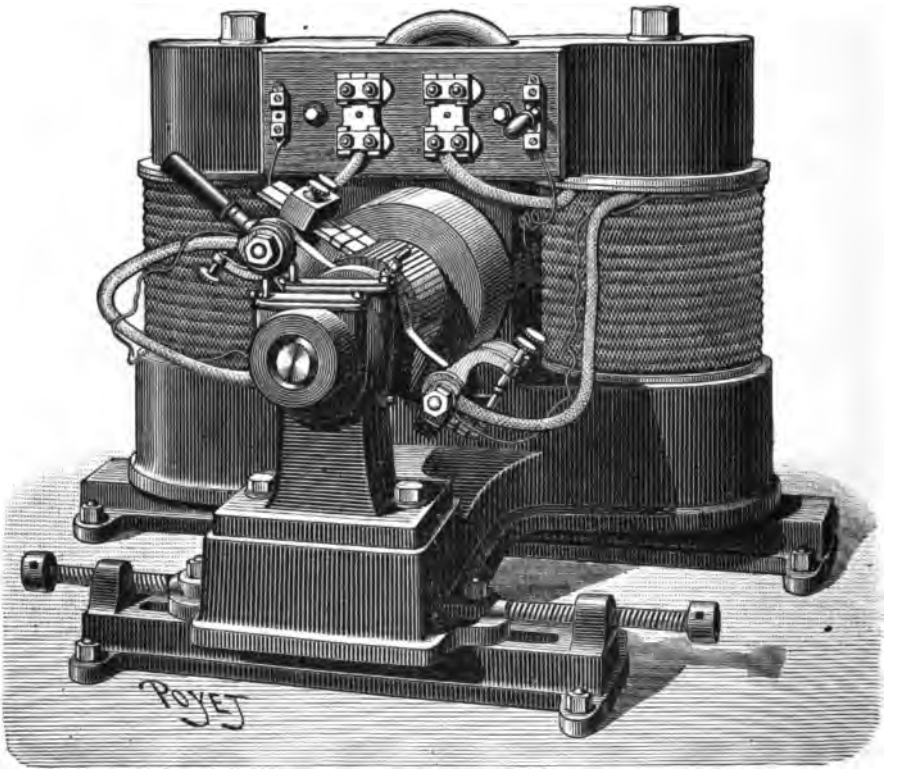


Fig. 41.

gauche de l'induit, et le bâti d'une part, et une pièce de réunion d'autre part, forment les épanouissements polaires.

Cette forme appliquée aussi aux machines anglaises de MM. Mather et Platt avec un induit en anneau, présente sur les précédentes des avantages qui résident surtout dans la diminution du nombre de pièces et de la main-d'œuvre d'atelier.

54. — Un certain nombre d'inventeurs emploient pour leurs induits une disposition analogue à celle de l'anneau primitif de Pacinotti, dans lequel chaque bobine élémentaire de l'induit était séparée de la voisine par une dent de fer saillante.

Parmi les machines à anneau, nous citerons celle, toute

récente, de M. Rechniewsky. Dans une tôle rectangulaire l'inventeur découpe par poinçonnage un disque qui formera un des éléments du fer induit. Un autre poinçonnage du reste de la feuille enlève un morceau rectangulaire et laisse une sorte d'U, marqué de hachures dans la figure, et qui constituera un des éléments du fer de l'inducteur (fig. 42).

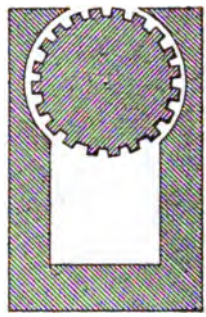


Fig. 42.

Un nombre convenable de tôles circulaires dentées sont assemblées sur l'arbre, et le fil induit est placé dans les rainures. Un égal nombre de tôles en U est assemblé à l'aide de boulons qui traversent la masse, et autour des branches verticales se place le fil inducteur, bobiné sur des carcasses en laiton.

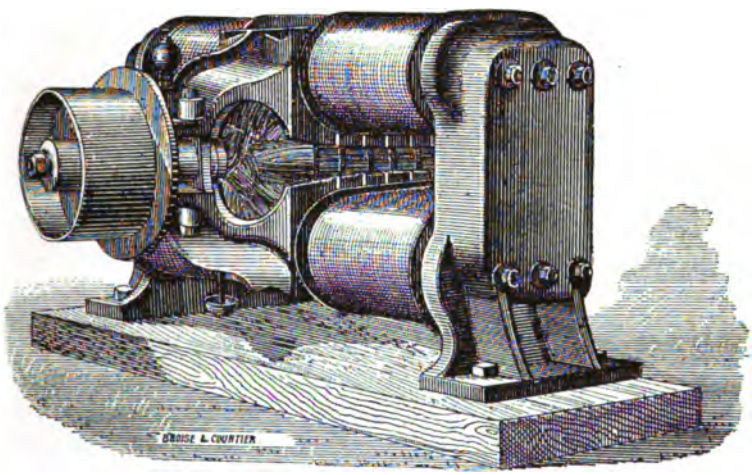


Fig. 43.

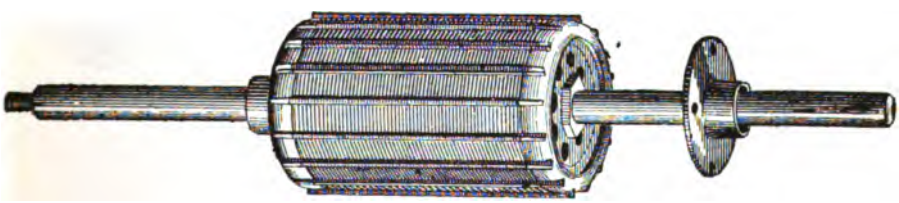


Fig. 44.

55. — La machine américaine de Weston (fig. 43), dont la figure 44 représente le noyau d'induit, est un exemple de la denture appli-

quée au type à tambour. Ce noyau est encore formé de tôles

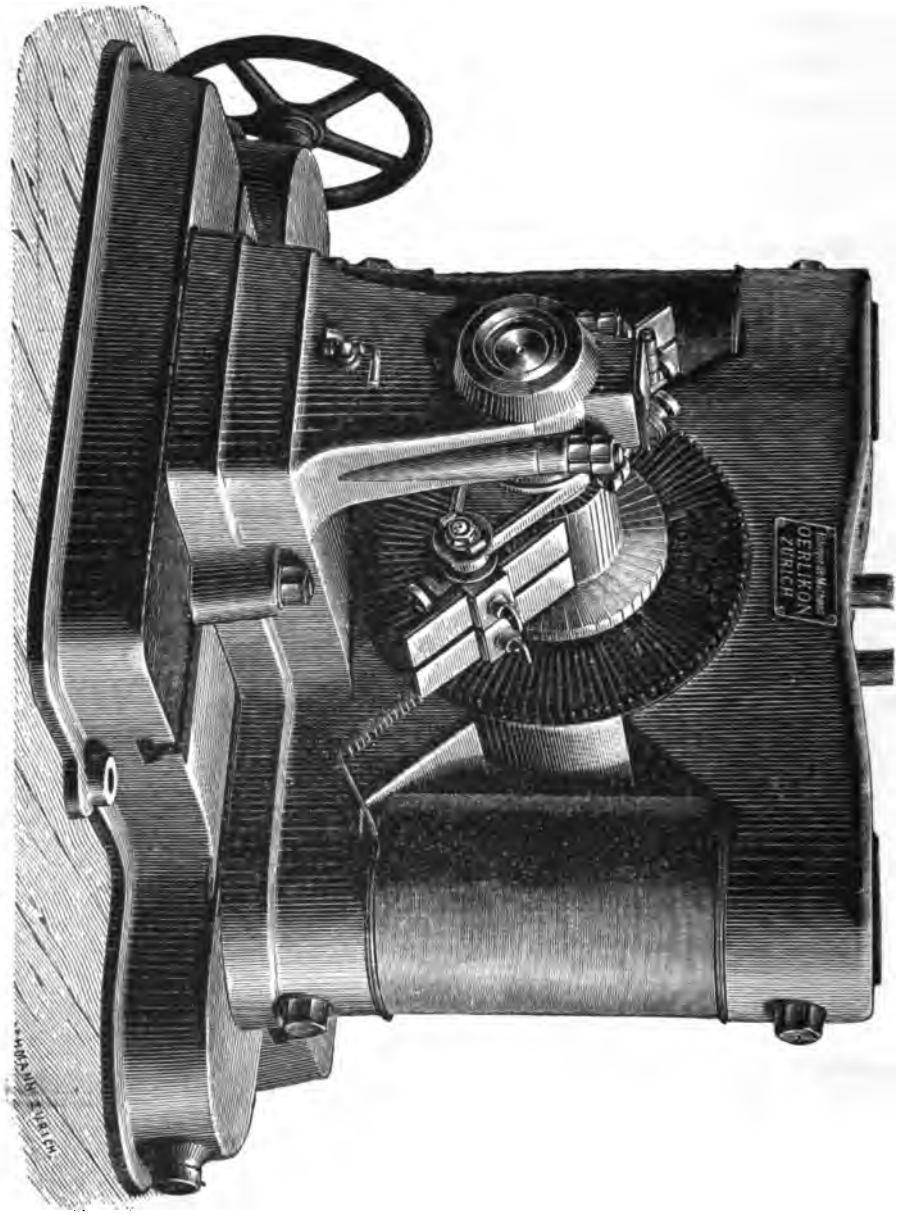


Fig. 43.

serrées par boulons entre deux plateaux extrêmes, et percées de trous destinés à assurer le refroidisement par ventilation.

56. — Dans toutes les machines que nous avons décrites jusqu'ici, ainsi d'ailleurs que dans toutes les machines analogues, les effets de la force centrifuge qui tend à écarter les fils du noyau sont annulés par la résistance que leur oppose un système de frettes formées de fils fins, de laiton ou d'acier, enroulé par places sur les fils, et dont ils sont séparés par un matelas protecteur en toile ou en mica.

Dans quelques-unes des machines de M. Brown, construites par les ateliers d'Œrlikon (fig. 45) et qui se rattachent au type à denture, cette précaution n'est pas nécessaire. Les tôles qui forment l'induit sont en effet percées d'une rangée de trous, voisine de la circonférence (fig. 46) ; chacun de ces trous, dont le bord est assez voisin de la tranche extérieure du disque, reçoit un gros fil isolé qui le remplit complètement.

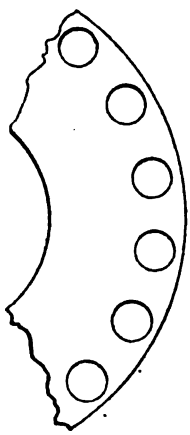


Fig. 46.

Le bobinage est celui d'un anneau ; et chaque bobine élémentaire est, naturellement formée de plusieurs bouts de fils soudés, afin d'éviter d'avoir à tirer un long fil à travers les trous.

Les tôles sont serrées entre deux plateaux qui sont réunis par des boulons. L'ensemble de l'induit peut alors être tourné ; sa surface extérieure, entièrement en fer, reçoit ainsi une forme cylindrique mathématique et beaucoup plus parfaite que celle qu'on peut obtenir avec des fils qui seraient superposés en plusieurs couches. On peut alors diminuer le jeu à laisser entre les épanouissements polaires et l'induit, en même temps que l'on rend ce dernier beaucoup moins susceptible de détériorations accidentelles.

Les inducteurs sont du type à deux noyaux verticaux, à droite et à gauche de l'induit, en fer forgé, avec épanouissements polaires en fonte, dont l'un est constitué par le bâti lui-même.

57. — Toutes les machines décrites jusqu'ici ne présentent que deux pôles magnétiques inducteurs. Il faut donc un tour complet pour qu'une spire élémentaire de l'induit revienne aux conditions initiales, et le temps périodique est la durée d'un tour.

Celles qui suivent sont multipolaires, et le temps périodique est

égal à la durée d'un tour divisé par la moitié du nombre de pôles.

La machine Mordey, construite par l'*Anglo-American Brush Company*, est un type de dynamo multipolaire à anneau (fig. 47). Dans cet appareil, l'anneau a reçu une grande épaisseur et une faible

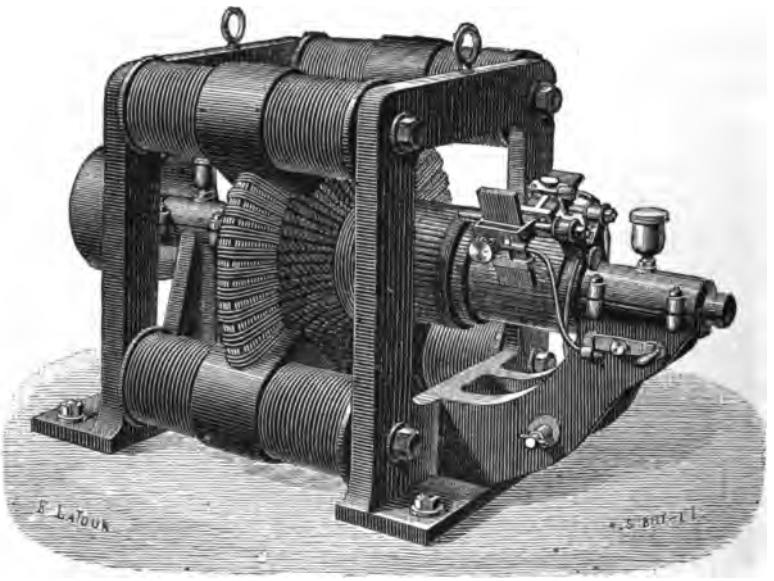


Fig. 47.

largeur parallèlement à l'axe. Ce genre de noyaux d'induits est généralement qualifié d'anneau plat. Les inducteurs sont formés de quatre noyaux assemblés sur deux montants carrés en fonte. Les épanouissements polaires sont presque nuls : l'inventeur a en effet reconnu par expérience que c'était le seul moyen d'uniformiser l'induction sur les différentes bobines élémentaires.

58. — La machine Thury est aussi du type multipolaire, mais à tambour (fig. 48). Le fil qui forme la spire élémentaire ne traverse plus diamétralement les bases : il passe suivant une corde qui soutend un angle égal à un sixième de la circonférence.

L'inducteur est formé de six noyaux en fer recouverts par le fil, et assemblés entre eux à l'aide de pièces de fonte formant les épanouissements polaires.

On trouve sur toutes ces machines les mêmes détails de porte-balais montés sur des balanciers mobiles, permettant de les amener à la place convenable sur le collecteur.

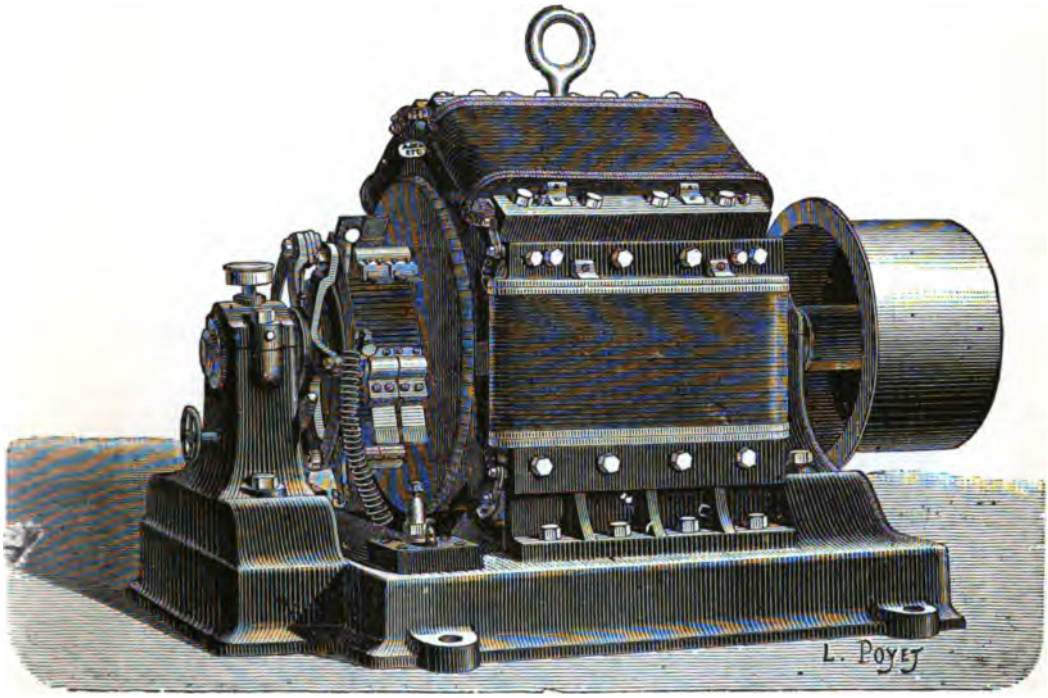


Fig. 48.

59. — Les machines à disque sont encore peu nombreuses : les premiers modèles construits ne se sont pas généralisés, sans doute à cause des difficultés de la construction mécanique de la plupart d'entre eux.

La machine de M. Desroziers, construite en France par la maison Bréguet, paraît cependant appelée à se répandre, grâce aux dispositions spéciales qu'a adoptées l'inventeur, et qui lui assurent une supériorité marquée sur les types plus anciens.

La figure 49 représente la vue d'ensemble de cette machine. Sur chacune des deux flasques de fonte montées sur le bâti sont assemblés six noyaux inducteurs, recouverts de fil, et munis d'épanouissements polaires assez étendus.

Entre les faces de ces inducteurs tourne le disque induit. Les

dispositions générales du reste de la machine se comprennent à simple inspection de la figure ; mais le disque mérite une description spéciale.

Le bobinage est réalisé sur le principe du groupement en série

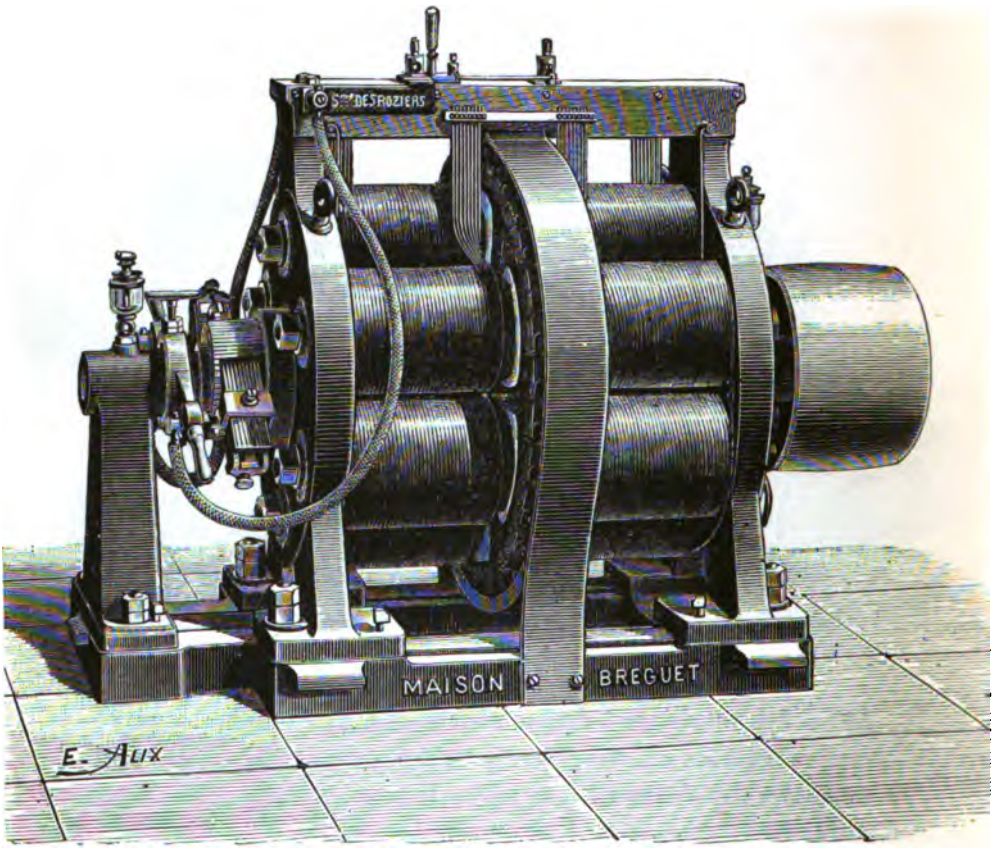


Fig. 49.

des spires élémentaires situées dans des champs magnétiques différents. Chaque spire élémentaire est formée de deux éléments radiaux raccordés par deux éléments courbes

La figure 50 représente le schéma de l'ensemble.

L'enroulement se fait sur un plateau isolant en carton comprimé percé de trous aux extrémités des éléments radiaux. Ces éléments rectilignes sont tous sur une des faces du plateau : arrivés aux

trous, les fils traversent le carton, et passent sur l'autre face, sur laquelle se trouvent tous les éléments curvilignes.

On évite ainsi tout croisement des fils, qui se trouvent toujours séparés par le carton.

Les parties curvilignes sont disposées suivant des développantes de cercle, seule forme géométrique qui permette de les maintenir régulièrement espacés sur la surface d'appui.

L'une des faces du carton ne porte donc que des fils rectilignes

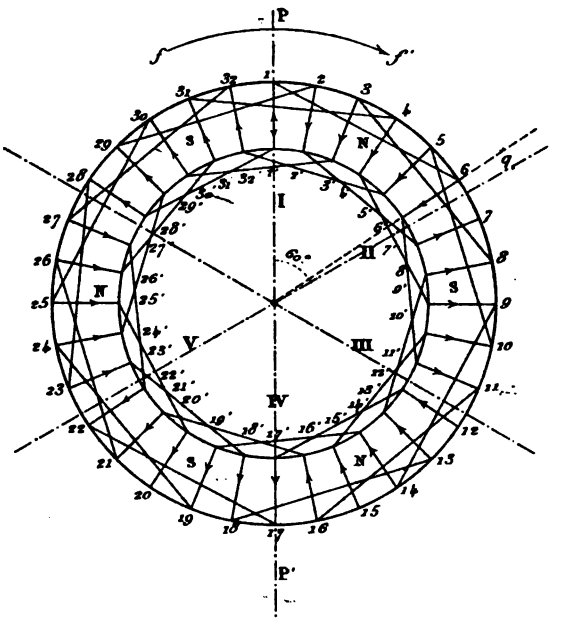


Fig. 50.

radiaux, l'autre porte deux couronnes circulaires de fil, formées par les éléments curvilignes.

On constitue un second plateau en tout semblable au premier, et destiné à lui être accolé dos à dos. Les spires élémentaires se succèdent alternativement sur les deux plateaux et sont naturellement réunies par les soudures convenables.

Entre les deux plateaux, on intercale une sorte d'étoile ou disque perforé représenté figure 51. Ce disque, en maillechort de trois millimètres d'épaisseur, sert à la fois à supporter les plateaux garnis de fil, qui sont boulonnés sur lui, et à leur communiquer l'en-

traînement mécanique de l'arbre, sur lequel il est fixé par un moyeu.

Le choix du maillechort, métal électriquement très résistant, est déterminé par cette considération qu'il importe d'y réduire au minimum les courants de Foucault.

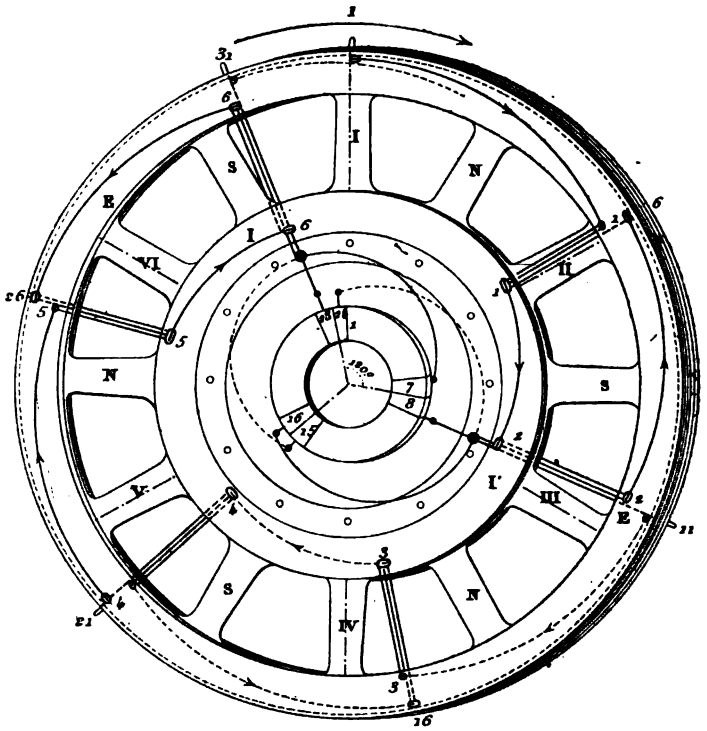


Fig. 51.

La figure schématique n'indique qu'un tour de spire par bobine élémentaire située dans chaque champ : mais en réalité, on fait faire au fil plusieurs tours sur lui-même, de manière à constituer une véritable bobine élémentaire.

Le collecteur ne comporte que deux balais, diamétralement opposés ; mais les lames en sont réunies par des connections convenables. L'inventeur les réalise à l'aide de fils auxiliaires montés sur un petit plateau analogue à celui qui forme l'induit, et monté sur l'arbre, entre le collecteur et le disque.

Les avantages de ce genre de machines sont assez grands : elles sont bien ventilées, légères, et sous le rapport du poids, tout au

moins, économiques. En revanche la multiplicité des pièces donne lieu à une quantité de main-d'œuvre plus considérable que dans les autres types de machines précédemment décrits.

60. — Parmi les machines à courant continu mais ondulatoire, le type Brush déjà ancien est connu. Nous décrirons de préférence

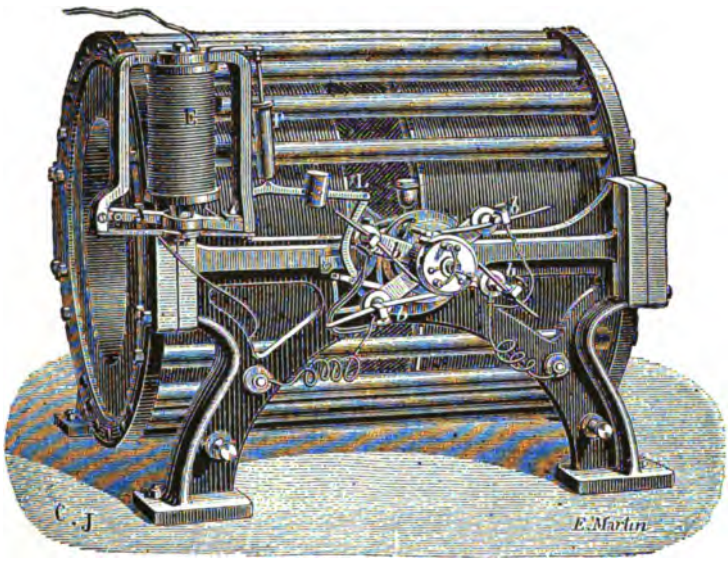


Fig. 52.

le type Thomson-Houston, plus récent, dont la figure 52 représente l'ensemble et la figure 53 une coupe partielle.

La forme même de cette machine n'est pas la moindre de ses originalités : elle affecte la forme d'une sorte de cylindre, masquant complètement l'induit, et porté sur un bâti F à quatre patins.

Les noyaux inducteurs I sont constitués chacun par la moitié de ce cylindre (fig. 53). Ils sont en fonte et se terminent par un creux hémisphérique.

Des barres de fer *b* réunissent les bases des cylindres. Mécaniquement, elles forment entretoises destinées à maintenir rigidement écartés les deux inducteurs I. Magnétiquement, elles constituent toutes ensemble leur culasse commune.

L'induit, de forme sphérique, est représenté par les figures 53 *bis* et *ter*. Entre deux plateaux de fonte *ss* à angles très arrondis, calés sur l'axe X on place quelques barettes *d* en fer plat cintré. Par-dessus, on place du fil de fer W préalablement verni afin

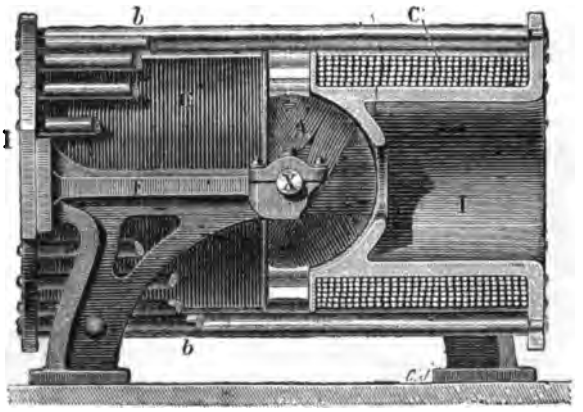


Fig. 53.

d'isoler les différentes spires les unes des autres. On recouvre alors le tout de papier laqué.

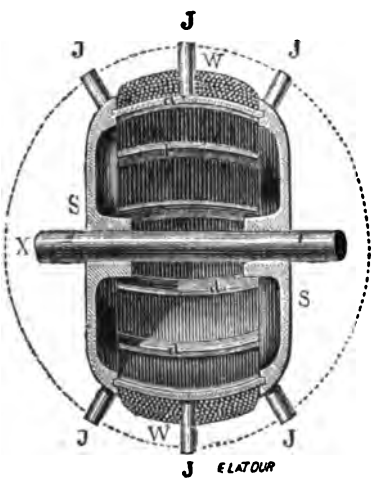


Fig. 53 *bis*.

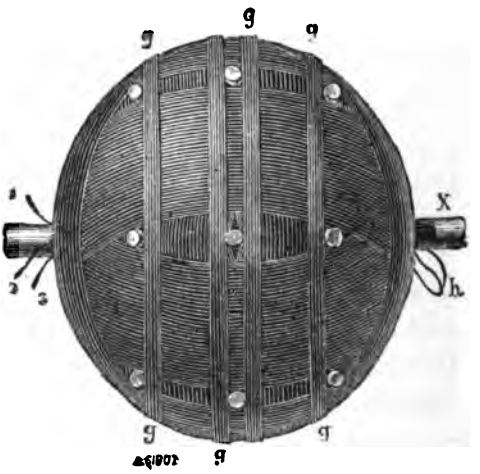


Fig. 53 *ter*.

Le bobinage de l'induit est formé de trois bobines élémentaires seulement, composées chacune d'un très grand nombre de spires, et inclinées à 120° l'une sur l'autre. En vue d'assurer la même

résistance électrique à chacune d'elles, on bobine d'abord la première moitié de la première, — la première moitié de la seconde, toute la troisième— la fin de la seconde, — enfin la fin de la première.

Des goupilles de bois J enfoncées dans des trous ménagés à l'avance servent à guider et maintenir les fils. Le bobinage terminé, on place quatre frettes *gg*, formées de quelques tours de fil de laiton soudé. Ce frettage est destiné à s'opposer aux effets de la force centrifuge qui tend à chasser les fils vers l'extérieur, et qui sont très prononcés à cause du diamètre de l'induit et de la vitesse qu'on lui imprime.

Le collecteur, très simple, est constitué par une bague de cuivre fendue en trois segments égaux. Les frotteurs sont au nombre de quatre, placés comme l'indique la figure 54 : mais leur calage peut

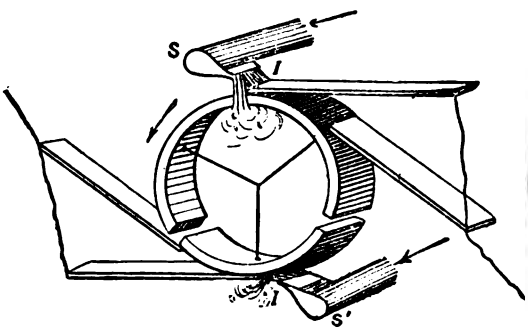


Fig. 54.

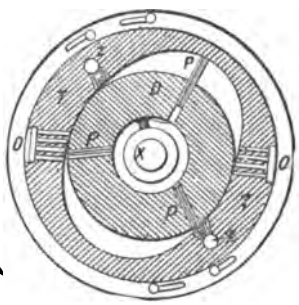


Fig. 55.

être varié par un régulateur automatique dont nous ne nous occuperons pas ici. Enfin une petite pompe à air (fig. 55) envoie par les tuyaux S un jet d'air périodique, qui souffle sur l'étincelle de rupture qui se produit lorsqu'un balai quitte l'un des segments.

L'effet de ce jet d'air est très net et son action très efficace : mais le moyen est au moins bizarre.

61. — Les connections des trois bobines élémentaires A B C, entre elles et avec le collecteur, sont représentées par les figures suivantes. Les trois bouts semblables sont réunis entre eux, et les trois autres sont réunis chacun à un des segments du commutateur.

Pour se rendre un compte exact de ce qui se passe pendant le mouvement, nous supposerons d'abord qu'il n'existe que deux balais diamétralement opposés.

Les figures 56, 57, 58 représentent trois périodes successives du mouvement, correspondant à un angle décrit de 60°.

Dans la première position, on voit que la bobine A est hors du

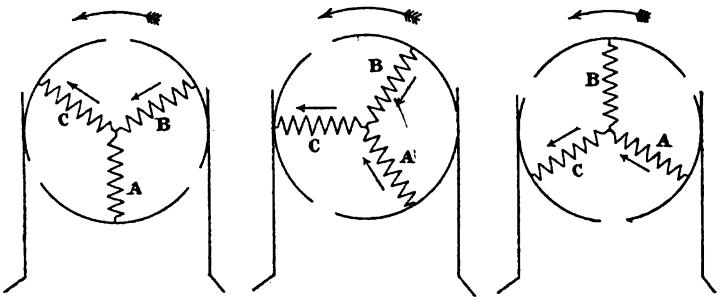


Fig. 56. Fig. 57. Fig. 58.

circuit. Le flux de force y est maximum et la force e. m. induite par conséquent nulle.

Après un mouvement de 30° (deuxième position) elle rentre en circuit au moment précis où la bobine B va en sortir; pendant un temps très court, A et B se trouvent réunies en quantité entre elles, et en série avec C. Après un nouveau mouvement de 30°, B est hors de circuit, A et C restent seuls en série.

En continuant les diagrammes pour des angles successifs de 30°, on verrait alternativement chacune des bobines : 1° se mettre hors circuit, 2° y rentrer en restant un instant en quantité avec celle qui va en sortir à son tour, 3° se mettre en série avec une autre bobine; et ces opérations se répéter indéfiniment pour toutes les bobines. Chacune d'elles passe deux fois par le même état pour la durée d'une révolution.

62. — La bobine B dans la figure 57, va être mise hors circuit alors qu'elle a encore 30° à parcourir avant que la force e. m. y devienne nulle, et elle ne rentrera en circuit qu'après avoir dépassé ce moment de 30°. Il y a donc là deux régions pendant lesquelles on n'utilise pas la force e. m. qui se produit encore dans la spire isolée.

Pour remédier à cet inconvénient les inventeurs emploient, non pas deux, mais quatre balais frotteurs. Ceux-ci forment entre eux un angle variable, dont la variation est précisément le mode de réglage de cette machine. A la charge normale, leur écart angulaire est d'environ 40°. Ils sont placés symétriquement par rapport à la ligne neutre sur laquelle les deux balais théoriques étaient supposés placés et ils sont réunis entre eux directement et avec le circuit extérieur.

Les figures 59, 60 et 61 indiquent les positions correspondantes à celles des figures 56, 57 et 58.

Fig. 59.

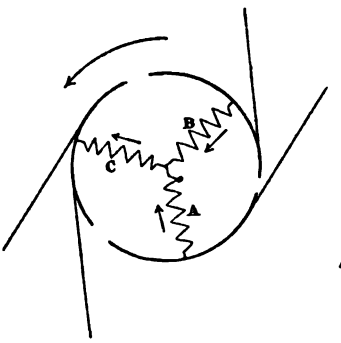


Fig. 60.

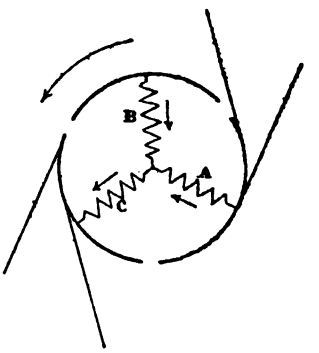


Fig. 61.

Ces balais doubles sont équivalents à deux balais simples dont l'angle de contact avec le collecteur serait égal à l'écart angulaire qui les sépare.

Il est facile de voir sur les figures que les bobines élémentaires A et B, au lieu de rester associées entre elles en quantité pendant le temps très court que le balai met à passer sur la fente de séparation, y restent au contraire pendant tout le temps qui correspond à un angle décrit de 40° environ, c'est-à-dire à peu près un neuvième de tour.

Mais ce temps additionnel est partagé en deux parties égales : la mise en quantité se produit 20° plus tôt et cesse 20° plus tard que précédemment. Il reste donc un intervalle de 20° réparti par 10° avant et 10° arrière de la position neutre (force e. m. nulle) pendant lequel la bobine reste en dehors du circuit.

Il est certain qu'à 10° en avant ou en arrière de cette position, la force e. m. dans cette bobine est faible, et surtout peu supé-

rieure à celle qu'absorberait la résistance intérieure de la bobine. On peut donc sans inconvénient de ce côté la laisser hors du circuit à ce moment.

Mais un moment avant la rupture, le courant y était de 10 ampères environ, et un moment après, il doit être nul. Dans l'intervalle, prend place l'étincelle qui est inévitable comme établissant la continuité du phénomène physique de la variation du courant.

C'est pour en diminuer l'effet destructeur que les inventeurs ont disposé la pompe à air. Celle-ci est disposée de telle sorte que le jet d'air intermittent se produit précisément au moment de la mise hors circuit de chaque bobine, ce qui se produit six fois par tour de l'induit. Elles refroidissent l'étincelle et l'empêchent de se prolonger, atténuant ainsi dans une grande mesure son effet destructeur.

Malgré leur bizarrerie de forme et de moyens, ces machines donnent pour l'éclairage par arc voltaïque avec les lampes des mêmes inventeurs, d'excellents résultats.

Pour l'éclairage à régime de débit variable, comme sont la plupart des éclairages par lampes incandescentes, on n'a pas pu conserver la simplicité de la disposition originale.

Les inventeurs emploient alors un induit qui n'a de commun avec le précédent que la forme extérieure sphérique. Il est composé d'un très grand nombre de bobines élémentaires, qui sont reliées aux lames d'un collecteur ordinaire. Ce n'est plus en somme qu'une machine à tambour de forme spéciale.

Les inventeurs paraissent même récemment avoir renoncé, pour ces applications, à leur forme générale, pour adopter une disposition moins originale, mais sanctionnée par une expérience prolongée en Europe.

CHAPITRE VII

BOBINAGE DES INDUITS DES MACHINES A COURANTS CONTINUS

63. — Les induits peuvent recevoir des bobinages différents suivant la force e. m. et le courant que l'on veut faire produire à une carcasse donnée, et suivant le nombre des pôles inducteurs.

Anneau. — La figure 62 représente le bobinage ordinaire d'un anneau dans une machine à deux pôles : on a figuré par un simple trait épais les balais supposés calés à leur position théorique.

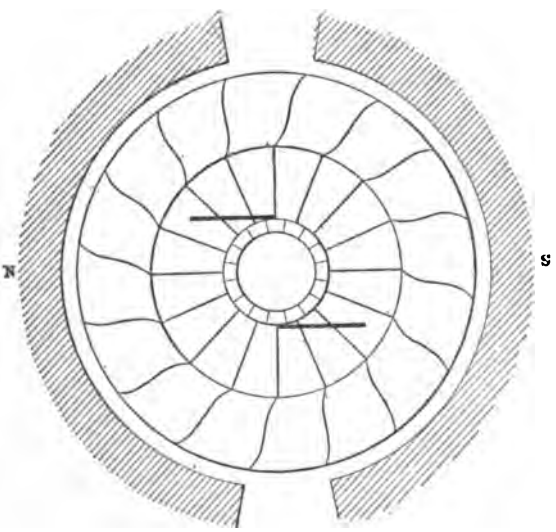


Fig. 62.

Dans une machine à quatre pôles, on peut recourir à différents enroulements. Le plus simple, représenté figure 63, est identique au précédent. Il est seulement nécessaire de placer quatre balais

à 90° d'écart les uns des autres. La force e. m. de la machine sera celle qui correspond aux spires du quart de l'anneau. Mais le

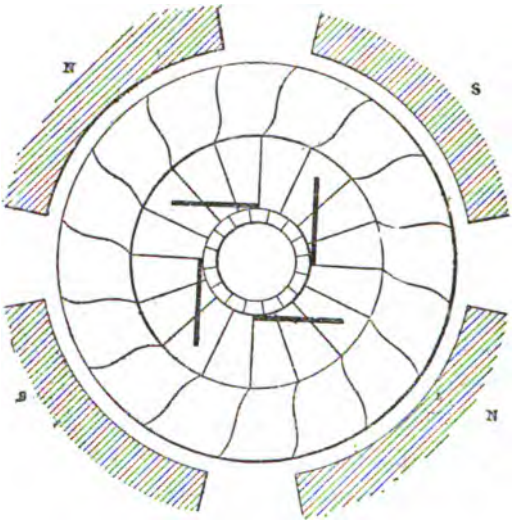


Fig. 63.

courant trouve quatre voies pour cheminer dans l'induit au lieu de deux dans la disposition de la figure 62.

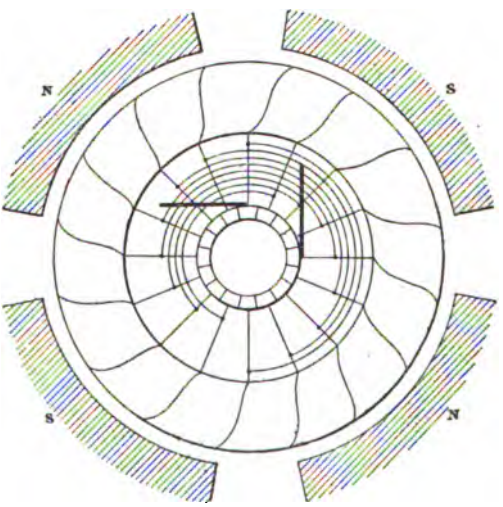


Fig. 64.

Si l'on suppose ces deux bobinages effectués sur des anneaux

identiques, et placés dans des champs de même intensité : si la première machine est capable de E Volts et A ampères, la seconde sera capable de seulement $\frac{E}{2}$ Volts mais de 2A ampères, puisque la section des fils qui donnent passage au courant est doublée. La puissance est donc la même dans tous les cas.

64. — La présence de quatre balais constitue quelquefois un inconvénient pratique assez sérieux, notamment lorsque l'un d'eux est difficilement accessible. On peut en supprimer deux à l'aide d'un artifice simple. Les lames du collecteur sont en effet toujours deux à deux, diamétralement opposées, au même potentiel. On peut donc les réunir d'une manière permanente par des fils accessoires et supprimer ainsi deux des balais (fig. 64). Les deux qui resteront seront évidemment distants de 90°.

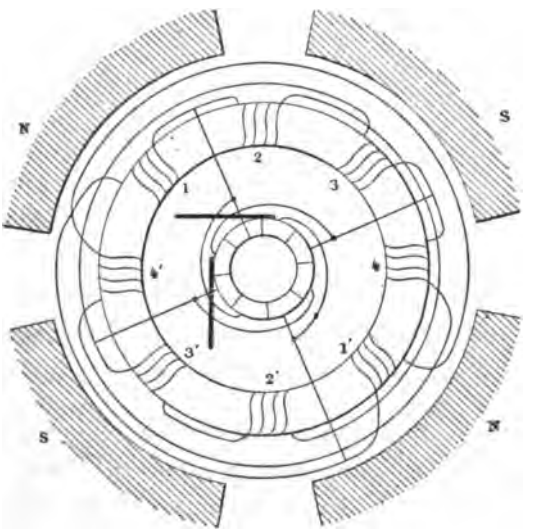


Fig. 65.

65. — On peut aussi, dans une machine à quatre pôles, grouper les bobines de telle sorte que celles qui sont semblablement placées au point de vue magnétique, soient en série. La machine redevient alors, comme dans la forme bipolaire, capable de E Volts et A Ampères. Il n'y a que deux balais, écartés à 90°. Les figures 65 et 66 indiquent les liaisons qui permettent d'atteindre ce résul-

tat. Le plus simple paraît être celui de la figure 66, qui est complètement symétrique lorsque le nombre de bobines élémentaires est pair, mais non multiple du nombre de pôles.

Ces différents modes de faire sont applicables à un nombre quelconque de pôles ; et il n'y a aucune explication à ajouter aux

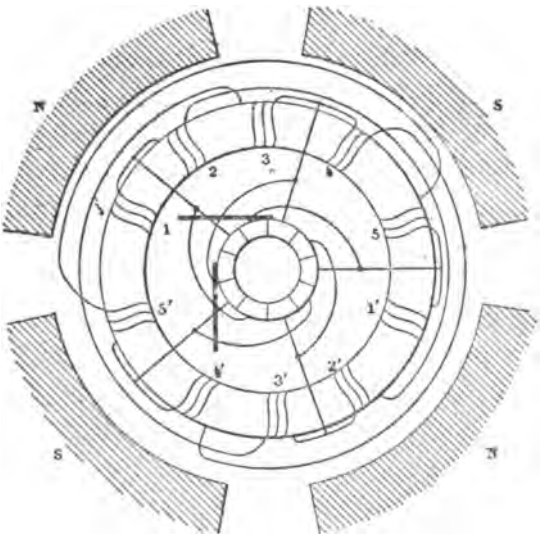


Fig. 66.

figures sur lesquelles le lecteur peut suivre la marche du courant, et vérifier qu'il y a bien le même nombre de spires induites de chaque côté des points de contact des balais sur le collecteur.

66. Tambour. — On a donné plus haut quelques détails sur cet enroulement à propos des machines Siemens et Edison. La figure 67 représente un enroulement avec nombre pair de bobines élémentaires.

La figure 68 représente l'enroulement à quatre balais appliqué à une machine à quatre pôles. Les autres modes analogues à ceux des figures 64, 65, 66 dans les machines à anneau sont naturellement aussi applicables : les liaisons des bobines élémentaires y sont exactement les mêmes. On n'a pas répété ici les diagrammes qui deviennent compliqués et peu compréhensibles à moins d'être faits à très grande échelle.

67. Disque. — Les mêmes points généraux s'appliquent aux machines à disque. Les figures qui représentent les enroulements

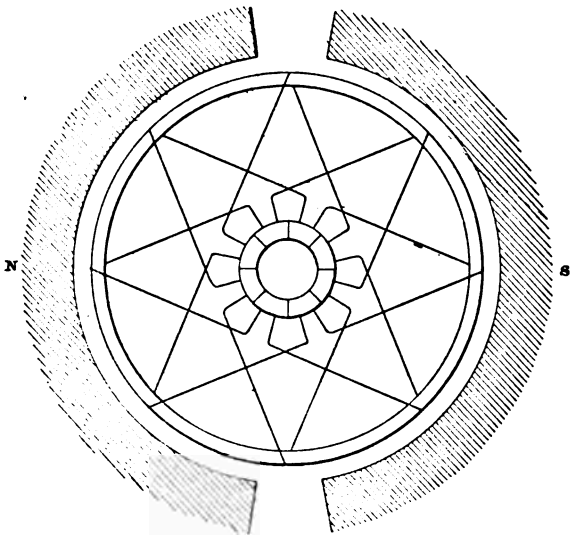


Fig. 67.

des machines de ce genre ne diffèrent pas des précédentes et ne donnent lieu à aucune remarque.

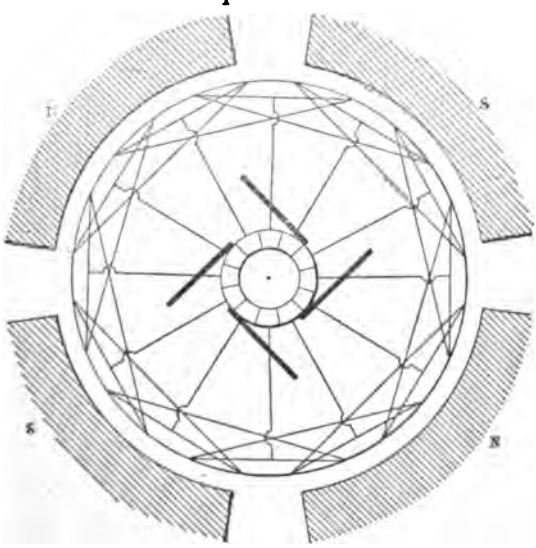


Fig. 68.

L'enroulement de la machine Thomson-Houston a été décrit

plus haut. Celui de la machine Brush est analogue. Nous ne reviendrons pas sur ce sujet autrement que pour rappeler qu'ils ne sont en rien comparables aux types que nous venons de décrire, et qu'ils sont incontestablement moins parfaits. Ils donnent lieu à des étincelles qui sont des inconvénients pratiques en même temps que la manifestation d'énergie perdue.

CHAPITRE VIII

MONTAGE ET COUPLAGE DES MACHINES A COURANT CONTINU

68. — Les inducteurs des machines sont des électro-aimants dont le fil est parcouru par un courant emprunté à la machine elle-même.

Il y a plusieurs moyens d'emprunter à la machine le courant d'excitation et chacun d'eux constitue un mode spécial de montage.

Dans quelques machines, on fait passer la totalité du courant produit autour des noyaux des inducteurs. Le circuit excitateur formé alors d'un gros conducteur faisant un petit nombre de tours, est en série avec le circuit extérieur (fig. 69). C'est le montage en *série*.

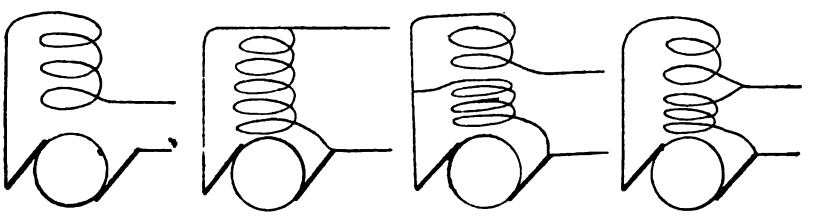


Fig. 69. Fig. 70. Fig. 71. Fig. 72.

D'autres fois, le circuit excitateur est formé d'un fil long et fin, faisant un grand nombre de tours, et relié directement aux balais de la machine. C'est le montage en *dérivation*, ainsi nommé parce que le circuit inducteur est évidemment en dérivation sur le circuit extérieur. Il ne passe dans le fil fin qu'une faible partie du courant produit, et cette partie ne passe plus dans le circuit d'utilisation (fig. 70).

Enfin, on peut combiner sur une même machine les deux modes

d'excitation, et obtenir ce qu'on appelle le *double enroulement* ou excitation *compound* (fig. 71 et 72).

Chaque mode de montage possède naturellement ses propriétés spéciales.

69. Montage en série. — Le montage en série a été le premier employé dans les dynamos destinées à alimenter des lampes à arc voltaïque.

Il est facile de comprendre que la machine ne s'amorce pas, c'est-à-dire ne présente aucune différence de potentiels aux balais lorsque le circuit extérieur est ouvert. Il ne peut, en effet, passer aucun courant autour des inducteurs et il n'existe pas de champ magnétique autre que celui dû au magnétisme rémanent.

Lorsqu'on ferme le circuit, elle s'amorce, et d'autant plus fortement que la résistance extérieure est plus faible.

Ce mode de montage convient particulièrement aux applications qui ne demandent qu'un régime constant du courant, et parmi lesquelles nous signalerons en particulier l'éclairage par arcs voltaïques en série, et la transmission d'une force constante.

Toute augmentation de la résistance extérieure produit une diminution du courant en agissant sur les deux termes E et R. Le courant diminuant par augmentation de R, il s'ensuit un affaiblissement du champ magnétique et par conséquent de E. Pour une certaine variation, on arrive, ainsi que nous le verrons par la suite, à un point où la diminution devient tellement rapide que l'on a coutume de dire que la machine *se désamorce*. Ce terme signifie simplement que la force e. m. passe très rapidement d'une valeur assez grande à une valeur presque nulle et inutilisable.

70. Montage en dérivation. — Le montage en dérivation présente des propriétés différentes. Le circuit d'excitation ferme celui de l'induit, de telle sorte que, même à circuit extérieur ouvert la machine peut s'amorcer. De plus, avec les machines modernes bien construites, la valeur de la différence de potentiel aux balais varie peu avec la résistance du circuit extérieur.

Aussi ces machines conviennent plus spécialement aux applica-

tions dans lesquelles le régime du courant peut être très variable, comme par exemple l'éclairage par lampes incandescentes.

Il existe cependant encore un point critique, analogue à celui des machines en série, pour lequel les machines se désamorcent peu à peu. A partir de ce point, lorsqu'on diminue la résistance extérieure, le courant n'augmente plus, mais diminue aussi et tend plus ou moins vite vers zéro. Toutefois, ce point est généralement situé hors de la région d'utilisation possible de la machine, et le courant maximum théoriquement possible est toujours supérieur à celui que la machine peut pratiquement produire sans échauffement anormal.

71. Montage en « compound ». — En vue de concilier les avantages des deux systèmes, on emploie beaucoup aujourd'hui une combinaison des deux enroulements. Le principal objectif visé est d'obtenir une différence de potentiels aux balais qui soit constante et indépendante du courant extérieur. Cette condition peut en effet être approximativement remplie.

On peut même faire en sorte que cette différence aux bornes augmente avec la charge ; de manière à obtenir qu'elle reste constante aux bornes de l'appareil d'utilisation. Nous verrons cependant qu'on n'obtient ainsi qu'une approximation et que des variations notables peuvent encore se produire.

72. Couplage de machines excitées en série. — On est souvent obligé dans les installations de quelque importance, de coupler entre elles plusieurs machines dynamo-électriques. Pour les machines en série le cas se préentes rarement ; on préfère en général affecter un circuit spécial à chacune d'elles.

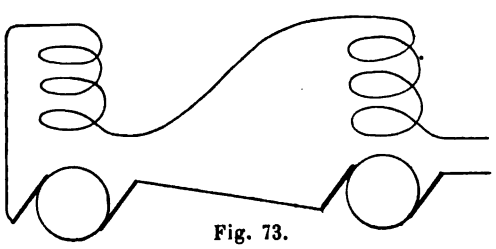


Fig. 73.

Le couplage en série ne présente pas de difficulté : il s'effectuera comme l'indique schématiquement la figure 73. Dans ce cas, on dispose d'une force e. m. double de celle d'une seule machine.

Il sera important de remarquer cependant que l'isolement entre

les fils et la masse de la machine devra être assez bien établi pour pouvoir résister à une différence de potentiels double de celle de la machine employée seule. Dans le cas de hautes tensions, il est prudent d'isoler les bâtis entre eux et aussi de la terre.

Le couplage en dérivation de deux machines excitées en série demande une précaution spéciale (fig. 74).

Un fil auxiliaire devra être installé de manière à relier directement entre eux les balais auxquels aboutit le fil inducteur.

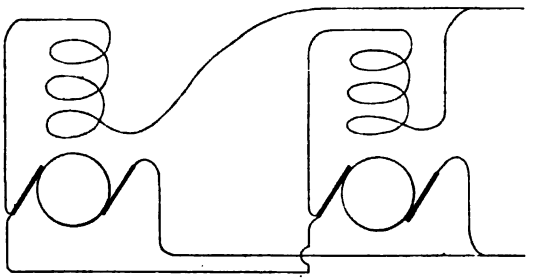


Fig. 74.

Sans cette précaution, l'une des machines s'amorçant un peu plus vite que la seconde enverrait dans cette dernière un courant de sens inverse à celui qui doit s'y établir, et renverserait le magnétisme des inducteurs.

Les machines se trouveraient alors en court-circuit l'une sur l'autre. Dans cet état, elles absorberaient un travail énorme et il arrive généralement que les courroies tombent ou se cassent. Si ce fait ne peut pas se produire, les machines sont fatalement mises hors de service :

Le fil auxiliaire pare à cet inconvénient, en forçant les balais à se maintenir au même potentiel, et en répartissant entre les deux machines l'excès de force e. m. qui peut exister dans l'une d'entre elles.

73. Couplage des machines excitées en dérivation. — Ce genre de machine peut se coupler en série à la condition de mettre en série les circuits d'excitation, et de les relier aux conducteurs extrêmes; sans leur laisser aucune liaison avec le fil court intermédiaire entre les deux machines (fig. 75).

Si, en effet, l'on se bornait à réunir en série les balais en laissant chaque machine créer son propre champ, il arriverait encore que la première amorcée exciterait l'autre en sens inverse ; de telle sorte que les machines se faisant mutuellement équilibre,

la force e. m. d'abord créée s'annulerait rapidement et qu'il n'y aurait aucun courant produit.

Le couplage en dérivation ne présente aucune difficulté : il suffit de réunir entre elles les bornes semblables des deux machines. Il faut seulement avoir soin lorsqu'on met une seconde machine sur le circuit déjà en charge, de fermer d'abord le circuit d'excitation ; et de ne fermer ensuite le courant principal qu'après s'être assuré que le champ magnétique est bien créé et que la force e. m. est égale et même un peu supérieure à la différence de potentiels du circuit.

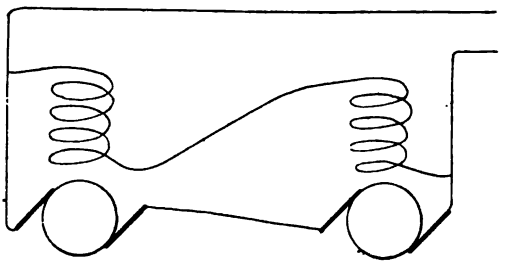


Fig. 75.

La force e. m. des machines excitées en dérivation se règle généralement par l'introduction de résistances dans le circuit

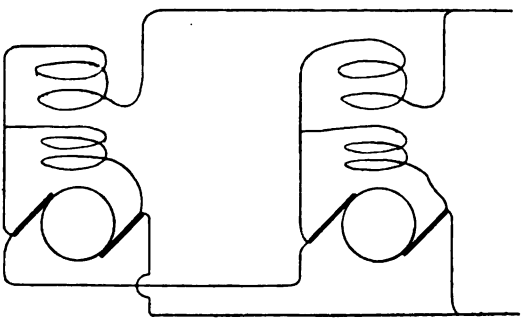


Fig. 76.

excitateur. Cet artifice permet de mettre une machine hors circuit ou en circuit sans lui faire subir de secousses. Pour la mise hors circuit, par exemple, on affaiblit la force e. m. jusqu'à ce que le courant qui traverse la machine soit à peu près annulé. Elle se décharge donc graduellement, et au moment où l'ampèremètre est à peu près au zéro, on peut couper le circuit principal et ensuite le circuit d'excitation.

Ce mode de faire est aujourd'hui pratiqué dans presque toutes

les usines centrales : il est plus simple que celui qui consistait à faire usage d'un tableau de charge que l'on mettait en service lors de la mise en marche ou de l'arrêt d'une dynamo, et dispense de ce tableau et des commutateurs qu'il nécessitait.

74. Couplage des machines compound. — Lorsqu'on doit accoupler plusieurs dynamos, on préfère en général employer des machines en dérivation, de préférence aux compound. Ce cas se présente cependant assez souvent.

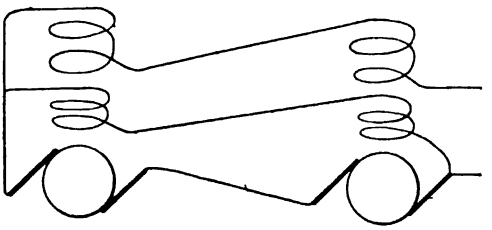


Fig. 77.

Les figures 76 et 77 indiquent suffisamment le mode de connexion à adopter pour cette application. Elles ne nécessitent aucune explication supplémentaire après celles que nous avons données au sujet des autres modes de montage.

CHAPITRE IX

MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS

75. — La première machine réellement industrielle fut celle que combina Nollet et qui est connue sous le nom de *Machine de l'Alliance* (fig. 78). Les inducteurs en sont formés par des faisceaux A d'aimants permanents, montés par séries sur des entretoises qui réunissent deux flasques de fonte B formant bâti. L'arbre qui supporte l'induit est porté par deux paliers rapportés sur ces flasques. Il supporte une série de plateaux de bronze C à la circonférence desquels est fixé un nombre de bobines égal au nombre de pôles d'une rangée circulaire d'aimants : soit 16 dans le cas de la figure. Ces bobines sont enroulées sur un noyau de fer creux, et fendu pour éviter la production des courants de Foucault dans sa masse. Un jeu de bobines se trouve donc entre deux rangées de pôles magnétiques : leur noyau ferme périodiquement le circuit magnétique, et la polarité y est renversée 16 fois par tour. Les connexions des différentes bobines entre elles sont établies de telle sorte que les courants s'ajoutent, et les derniers bouts, libres, aboutissent l'un à la masse de l'arbre et par conséquent au bâti, l'autre à un cylindre de bronze isolé, sur lequel un frotteur recueille le courant.

La puissance de la machine dépend du nombre de rangs de bobines et du nombre de bobines par rangée circulaire.

Ces machines ont rendu d'excellents services notamment pour l'éclairage de phares (La Hève, Gris-Nez). Aujourd'hui, les types plus modernes leur ont été partout préférés. Leur prix en est beaucoup moindre et leur marche aussi sûre.

Elles avaient été conçues en vue d'application exigeant du courant continu (électrolyse) : et on les avait munies en conséquence d'un commutateur redresseur, qui était siège de beaucoup d'étincelles, et donnait beaucoup d'ennuis.

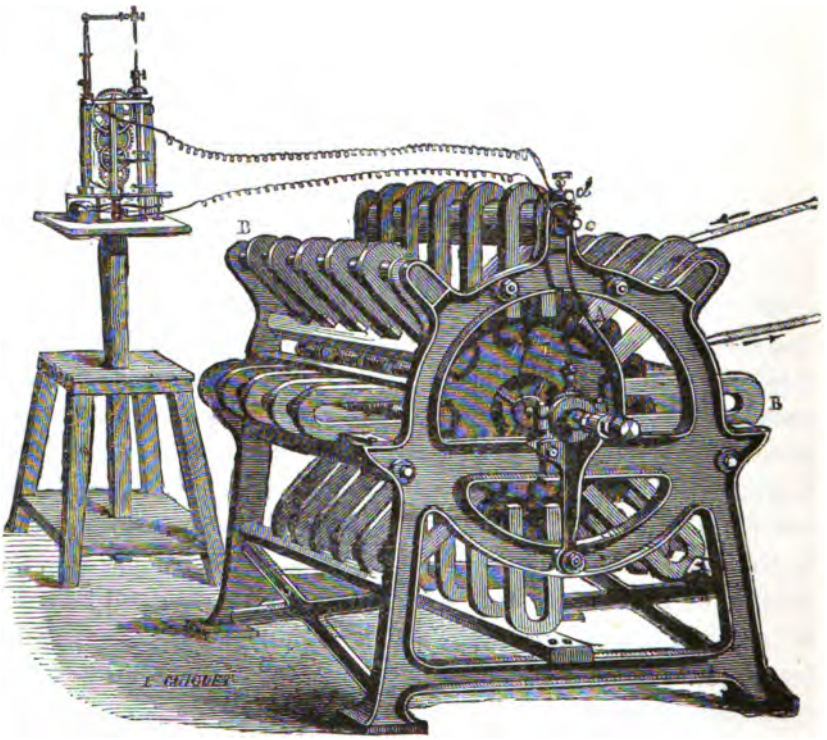


Fig. 78.

C'est sur le conseil de Masson que l'on supprima cet organe et grâce à cette simplification que l'on put tirer de ces machines les services qu'elles ont rendus à l'éclairage électrique, et qui s'étendirent jusqu'aux premières installations de bougies Jablochkoff.

76. — La machine de *Wilde* (1867) représentée figure 79 est conçue sur une forme générale qui a depuis été fréquemment imitée.

Sur deux flasques entretoisées, formant bâti, sont montées deux séries de bobines formant inducteurs, pourvues de noyaux de fer massif.

L'induit est formé d'une couronne de bobines dont les axes sont parallèles à l'arbre, en nombre égal à celui des inducteurs, et montées à la circonférence d'un disque calé sur l'arbre.

Les pôles des inducteurs sont naturellement alternativement

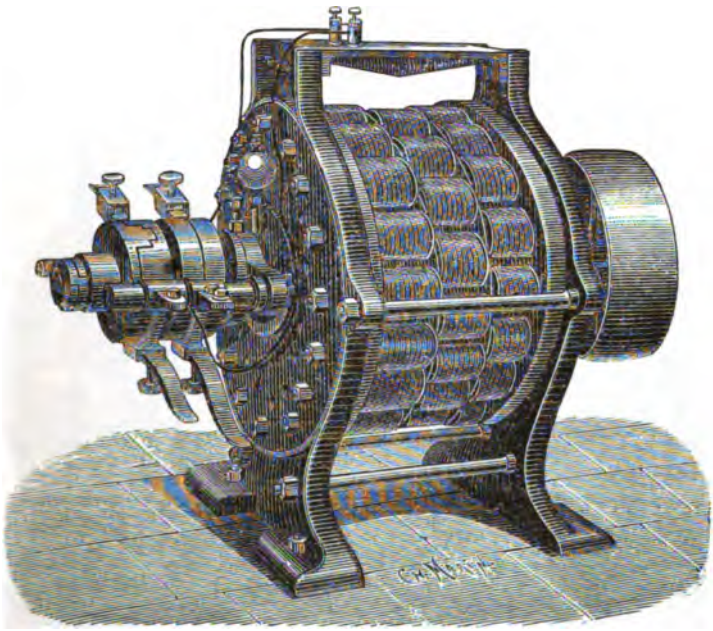


Fig. 79.

N S N S sur une même couronne, et sont de noms contraires pour les deux bobines qui se regardent, et comprennent entre elles une bobine induite.

On voit qu'il existe, à l'extrémité de l'arbre, un double collecteur. L'un est un commutateur redresseur, qui agit sur le courant de deux bobines seulement, et l'envoie autour des électros inducteurs. L'autre est un simple collecteur à bagues, permettant de recueillir le courant alternatif induit dans les autres bobines.

77. — De cette machine à celle de *Siemens* (fig. 80) il n'y a que des différences peu importantes au point de vue mécanique, mais très notables au point de vue de leur effet électrique.

Le système d'inducteurs ne diffère pas comme montage de celui

de Wilde. Seulement chaque noyau inducteur se termine, sur la face qui regarde l'induit par un épanouissement polaire formé d'une plaque de fer trapézoïdale.

L'induit est supporté sur l'arbre par deux plateaux de bronze entretoisés par un plateau de bois qui les dépasse tout autour. Sur

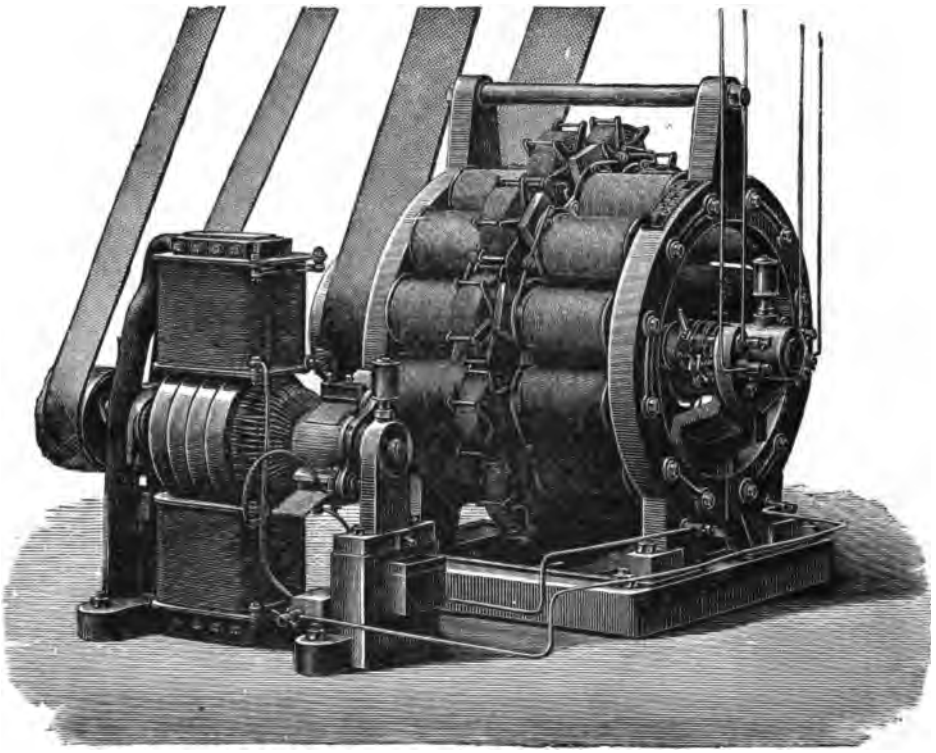


Fig. 80.

la tranche de ce plateau sont montées les bobines induites, formées de fil enroulé sur un mandrin de bois. Elles sont maintenues par des joues en tôle de maillechort ajourées et découpées de manière à y réduire le plus possible les courants de Foucault.

L'excitation est toujours empruntée à une machine auxiliaire.

L'absence de fer dans l'induit est la caractéristique de cette machine. L'avantage de cette suppression est d'économiser le travail que le renversement d'aimantation du fer y transforme en chaleur, ainsi que les courants de Foucault qui y prennent naissance lors-

qu'il est imparfaitement divisé. Cet avantage est incontestable : mais il ne va pas sans quelque inconvénient corrélatif.

Ainsi, l'entrefer de ces machines est énorme, par suite, il faut dépenser beaucoup à l'excitation, pour n'obtenir malgré tout qu'un flux de force assez faible à travers une bobine de l'induit. Il faut donc, pour obtenir une force e. m. donnée, un plus grand nombre de tours de spire et, par suite, il faut donner plus de résistance intérieure à la machine que s'il y avait du fer dans l'induit.

Rien ne prouve que ces dépenses supplémentaires de travail soit à l'excitation, soit dans le fil induit, ne compensent pas, et au delà, l'économie due à la suppression du fer.

Le courant est recueilli sur une série de bagues calées sur l'arbre, et en nombre égal à celui des circuits distincts que l'on peut prendre sur l'induit. Une bague commune, plus large, sert de retour commun et reçoit tous les fils de retour de ces circuits.

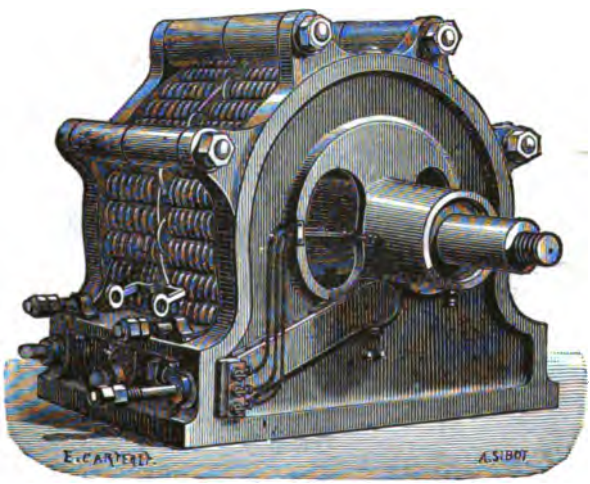


Fig. 81.

Ces machines sont très répandues. M. Joubert en a fait l'objet d'une remarquable étude, et a pu établir que la forme du courant induit y est très sensiblement sinusoïdale.

78. — La machine *de Ferranti-Thomson* (fig. 81) présente aussi

une grande analogie avec les précédentes. Toutefois pour les machines à basse et moyenne tension, l'induit a reçu une disposition assez remarquable (fig. 82-83). Il est formé d'une bande de

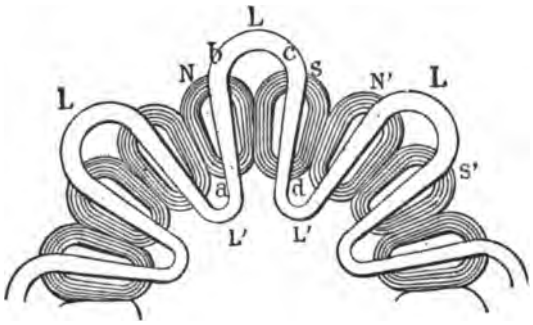


Fig. 82.

cuivre plat, repliée sur elle-même de manière à former une sorte d'étoile, à 16 branches. Le pli inférieur est maintenu par des ner-

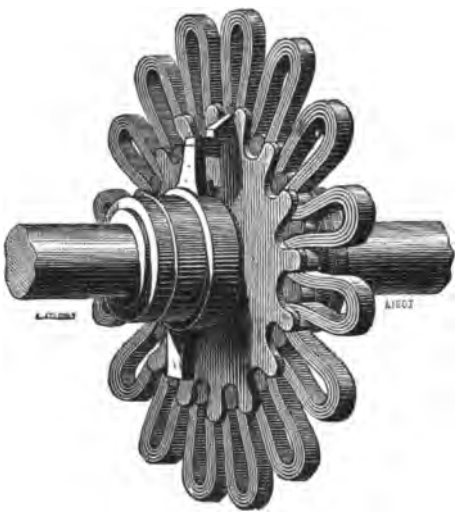


Fig. 83.

vures et des goujons venus de fonte avec deux plateaux de bronze qui servent à monter le tout sur l'arbre.

L'inducteur est identique comme principe à ceux de Wilde et de Siemens : on peut adopter le même mode de bobinage en étoile pour le conducteur qui entoure les noyaux de fer, mais ce mode de faire n'est pas général.

Le nombre de pôles inducteurs est double de celui des branches de l'étoile, et la figure indique la position relative des circuits : N S N′ S′ sont les pôles inducteurs et L L′ L L′ la lame repliée qui forme le circuit induit.

Si l'on considère la surface entourée par ce circuit complet, on reconnaît aisément que le flux qui la traverse est nul lorsque les pièces occupent la position relative de la figure. Mais après un soixante-quatrième de tour, le flux y sera maximum. On peut aussi pour l'étude des phénomènes, n'envisager qu'une seule boucle telle que *abcd*, calculer la force e. m. entre *a* et *d*, et sommer le résultat obtenu pour toutes les boucles analogues.

L'excitation est encore empruntée à une source auxiliaire.

Cette machine possède l'avantage d'avoir un induit léger, et parfaitement refroidi par ventilation, ce qui permet au cuivre de supporter une densité de courant plus élevé que dans d'autres types.

La disposition en étoile du conducteur induit présente cet inconvénient de mettre en contact, après un tour complet, deux parties de métal qui sont à des potentiels déjà très différents. Il pourrait donc arriver, avec de grandes machines, où le développement des étoiles serait très grand, qu'il en résultât un danger réel pour l'isolant interposé. Si l'on adopte au contraire un enroulement par bobines séparées, analogue à celui de la machine Siemens, la différence des potentiels des deux parties qui viennent se recouvrir est huit fois moins élevée pour une étoile à huit branches.

C'est cette dernière disposition que l'inventeur a adoptée pour les machines à haute tension (2,400 volts) qu'il construit et exploite couramment ainsi que pour les machines en montage pour l'éclairage d'une partie de la ville de Londres.

79. — La machine *Gramme* diffère des précédentes par ses dispositions générales, et par l'emploi de fer dans l'induit. Elle se compose d'un anneau de fil de fer recouvert par le fil induit, tout à fait analogue à celui des machines à courant continu. Seulement cet anneau est ici fixe, monté entre deux flasques de fonte réunies par des entretoises, et reposant sur un bâti (fig. 84).

L'inducteur est une sorte de pignon formé par huit noyaux d'électro-aimant implantés radialement dans un tourteau de fonte qui lui-même est calé sur l'arbre. Le fil inducteur est enroulé

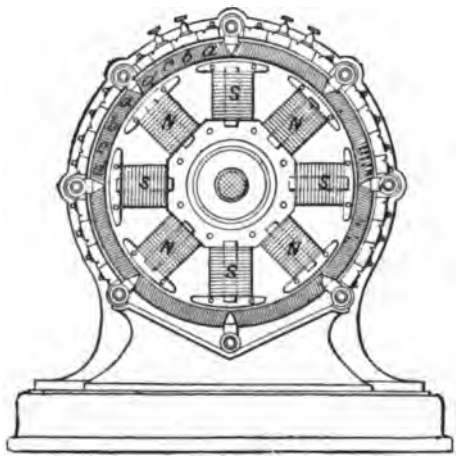


Fig. 84.

autour des bras, et maintenu à l'aide des plaques qui forment épanouissements polaires. Les pôles N S N S se succèdent alternativement comme toujours, et défilent successivement devant les bobines élémentaires induites *a b c d* (fig. 85).

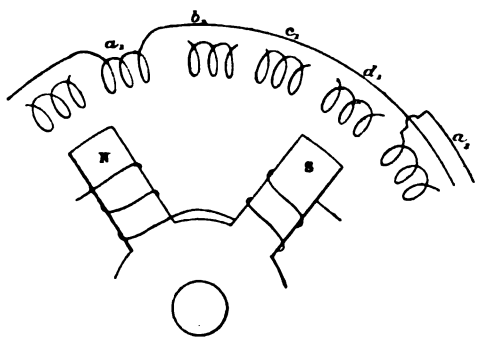


Fig. 85.

Les bobines élémentaires peuvent être groupées de manière à ajouter les courants produits soit en quantité, soit en série : ce groupement est généralement effectué à l'avance suivant l'usage auquel est destiné la machine. Pour avoir par exemple quatre

circuits distincts possédant chacun le maximum de force e. m. on groupera en série les huit bobines telles que *a* qui formeront un circuit. Les huit bobines *b* en formeront un second, et ainsi de suite.

Il existe naturellement une différence de phase entre ces divers circuits.

Dans le but de simplifier l'installation de ces machines, l'inventeur les a combinées sur la même carcasse avec leur machine excitatrice.

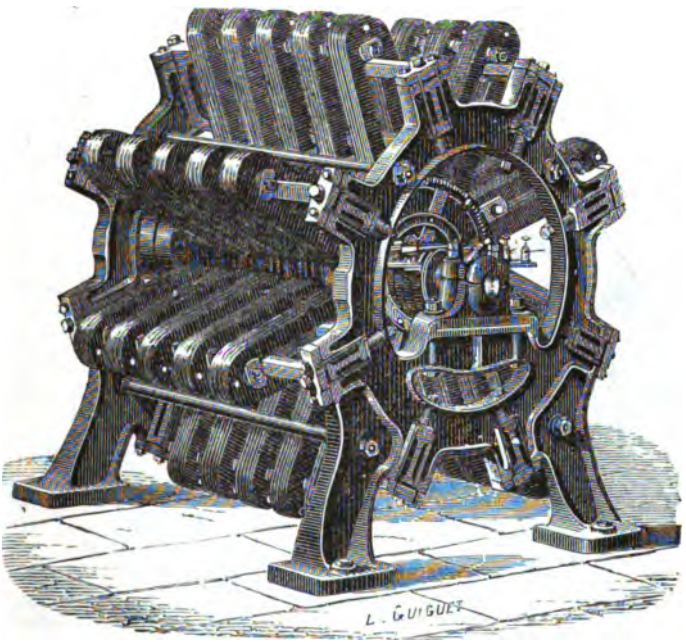


Fig. 86.

Celle-ci est placée au bout de l'autre. Elle comprend l'anneau, calé sur le même arbre que le pignon, et quatre inducteurs rayonnants assemblés deux à deux sur une même pièce pôlaire.

La machine double ainsi formée est dite auto-excitatrice, terme impropre, et qui devrait être réservé aux machines qui s'excitent par le redressement d'une partie de leur propre courant. Au point de vue mécanique, l'ensemble de cet appareil est bien compact et l'installation en est on ne peut plus simple.

80. — La machine de M. de Méritens (fig. 86) diffère de la précédente par quelques points importants. C'est l'induit qui est mobile. Il est formé de bobines élémentaires, en nombre égal à celui des pôles inducteurs. Chacune d'elles est composée d'un noyau en tôles de fer rivées, de forme courbe (fig. 87) présentant deux épanouissements, et recouvert par le fil induit.

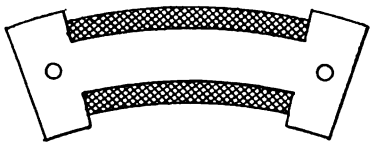


Fig. 87.

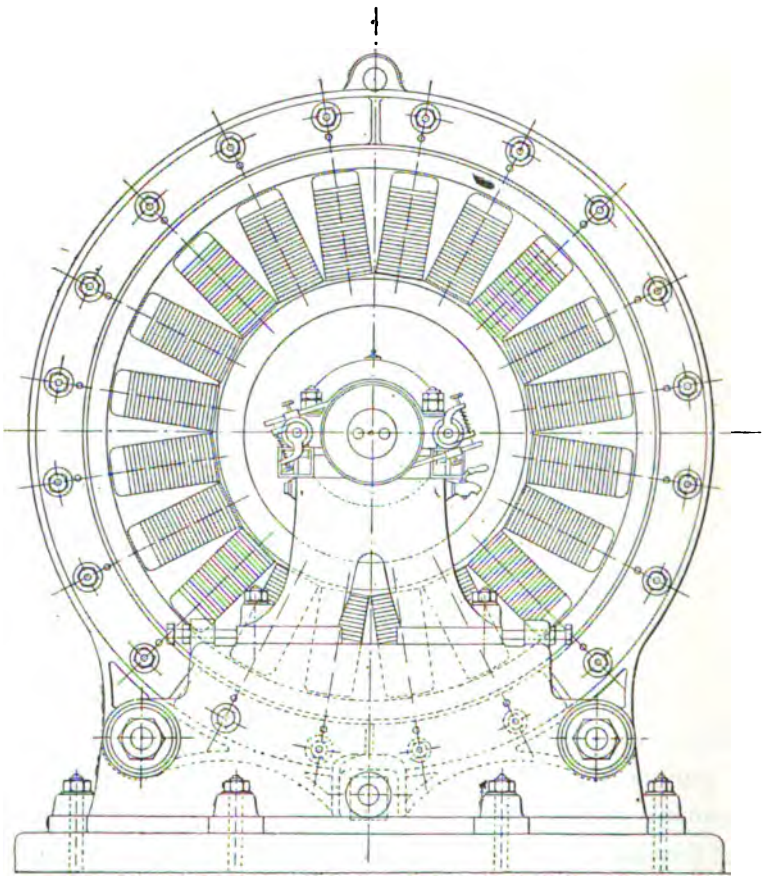


Fig. 88.

L'ensemble de ces bobines se monte à la circonférence d'une roue de bronze calée sur l'arbre moteur.

Les inducteurs sont formés d'une série de faisceaux d'aimants droits, placés parallèlement à l'arbre, et portés sur deux sortes de flasques ajourées, en bronze. L'anneau tourne en regard et très près de l'une des extrémités de ces séries d'aimants. Les autres extrémités sont d'ailleurs assemblées entre elles de manière à former des séries d'aimants en fer à cheval complexes.

La roue de bronze qui porte l'induit reçoit sur sa face antérieure un plateau de bois garni d'une série d'anneaux de cuivre coupés en plusieurs segments. Chacun d'eux aboutit à l'extrémité du fil

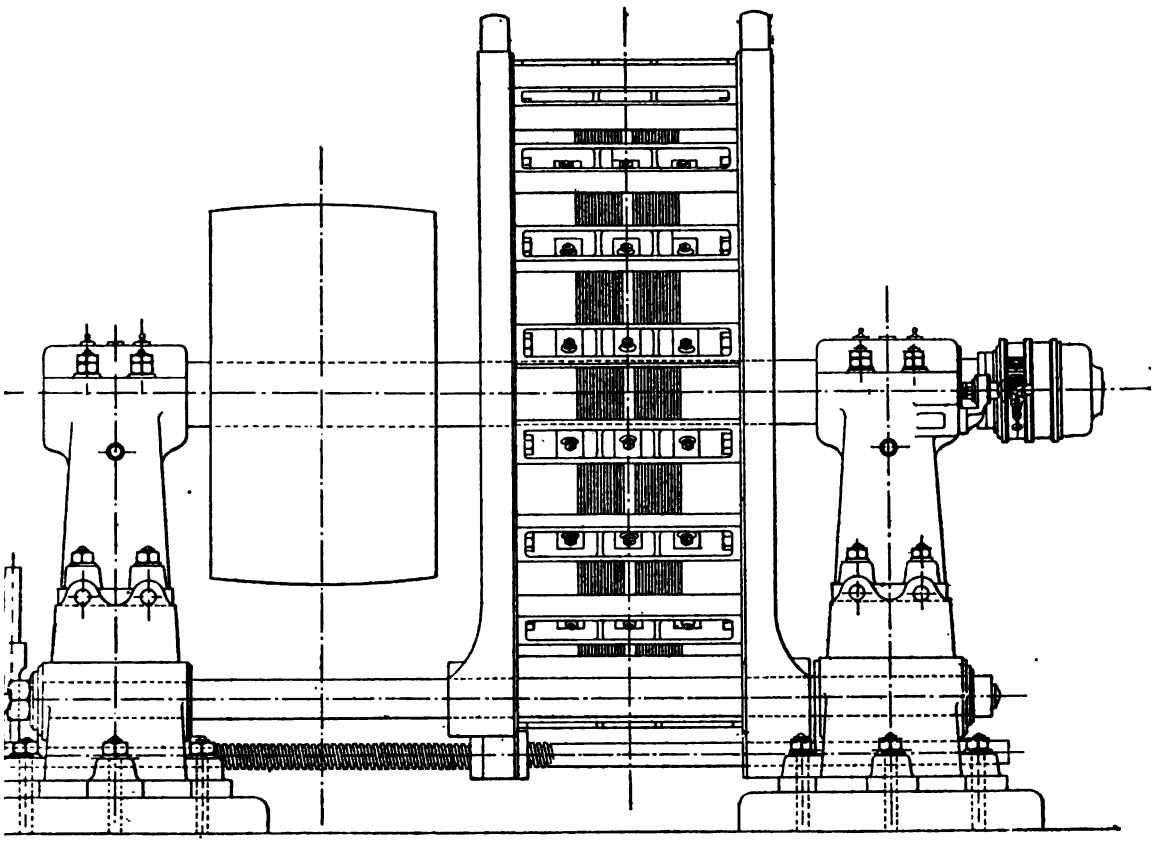


Fig. 89.

d'une bobine, et des bouchons métalliques à vis permettent d'établir des connexions variables entre lesdites bobines.

On peut donc ainsi varier à volonté la force e. m. et le débit de la machine.

81. — Dans les types de grande puissance construits par le même inventeur, et plus spécialement appliqués à l'éclairage des phares, il existe une série d'anneaux montés parallèlement sur le même arbre.

Les inducteurs sont en fer à cheval et disposés radialement. La machine prend alors un aspect qui la rapproche beaucoup de l'ancienne machine de l'Alliance, à laquelle d'ailleurs elle est infiniment supérieure.

La simplicité d'organes de ces machines, due à l'emploi d'aimants comme inducteurs et à l'absence de collecteur qui est commune à toutes les machines alternatives, leur donne une sûreté de marche plus grande que celle des types courants de l'industrie.

Aussi ont-elles été adoptées à peu près exclusivement pour l'alimentation des phares électriques dans lesquels cette sûreté a une importance capitale.

Elles donnent d'ailleurs d'excellents résultats et leur prix élevé les empêche seul de trouver des applications plus étendues dans l'industrie.

82. — Dans la machine Zipernowsky (fig. 88 et 89), on retrouve l'inducteur sous forme de pignon, dont les dents sont entourées par le fil.

L'induit est formé d'une série de bobines allongées et très plates, qui sont disposées à la circonférence intérieure d'un tambour. Chacune d'elle est pourvue d'une âme de fer formée d'une pièce repliée en zigzag, et forme ainsi une sorte de bobine d'électro-aimant de très faible hauteur.

Le tambour est composé par des cercles de tôle, empilés les uns contre les autres et maintenus entre deux couronnes de bois de même diamètre. Ces cercles forment les culasses magnétiques des bobines induites.

Le tambour est maintenu par boulonnage avec les entretoises qui relient les deux flasques en fonte de la machine.

Le courant inducteur est emprunté soit au redressement d'une

partie du courant, soit à une source extérieure. Il pénètre dans l'inducteur en traversant soit le commutateur redresseur, soit en

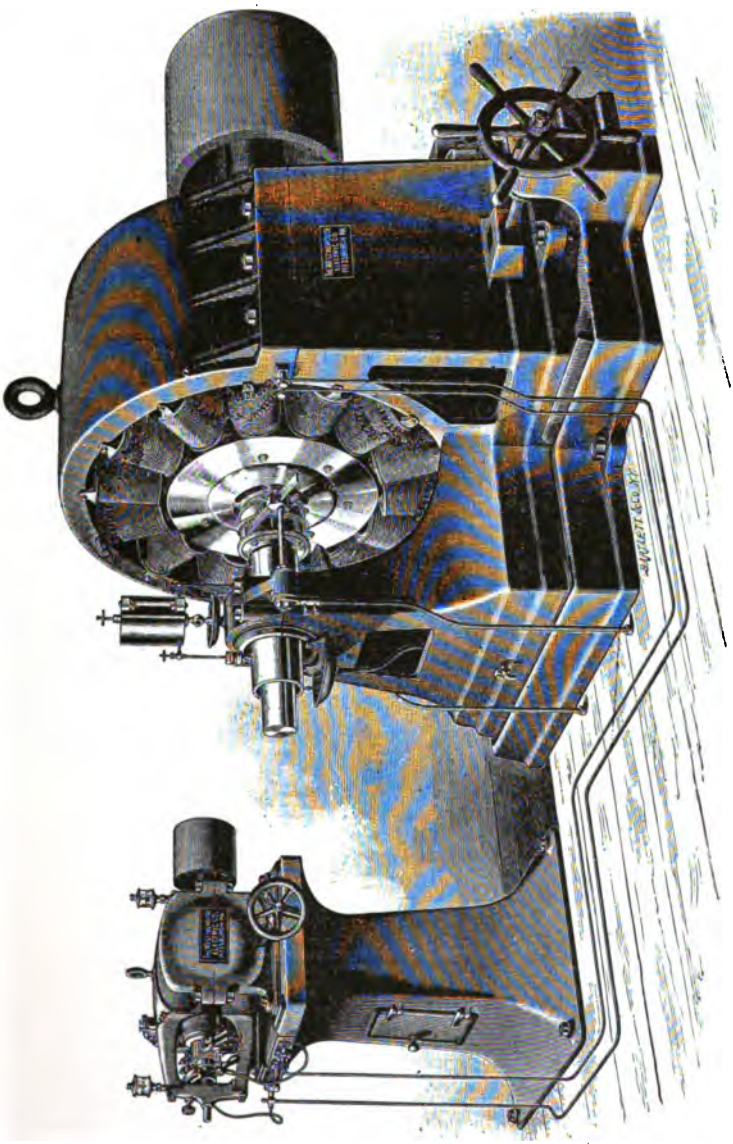


Fig. 90.

cas d'excitation indépendante, de simples bagues conductrices montées en porte-à-faux à l'extrémité de l'arbre opposée à la poulie.

Dans les machines de grande puissance, tout le corps de machine constitué par l'induit monté dans le tambour, peut glisser de côté, de façon à découvrir le pignon inducteur.

Cette disposition facilite beaucoup la visite et au besoin la réparation rapide des diverses parties de la machine, qui, sans cela, seraient inaccessibles. Avec ce mode de construction, les paliers sont portés par le bâti général, au lieu de faire corps avec les flasques ainsi qu'on le fait dans les petites machines.

Le nombre des bobines induites et le nombre de révolutions du pignon inducteur est toujours calculé de manière que le régime de périodicité du courant soit toujours voisin de 100 renversements par seconde.

La force e. m. peut d'ailleurs être très élevée et de nombreuses applications sont faites avec 2,200 volts.

83. — La machine Westinghouse (fig. 90) est, pour ainsi dire, le renversement de la précédente, avec laquelle elle a les plus grandes analogies.

C'est l'inducteur qui est fixe, formé de bobines disposées radialement autour de l'induit. Celui-ci est formé de bobines plates placées à la circonférence d'un tambour tournant, formé de tôles, et sur lequel elles sont maintenues par des frettages en fil métallique. Le nombre de renversements est seulement très différent de celui des machines Ganz, et atteint 270 par seconde.

CHAPITRE X

BOBINAGE, MONTAGE ET COUPLAGE DES MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS

84. — Le bobinage des machines à courants alternatifs se présente en général d'une manière plus simple que celui des machines à courants continus. Il est réalisé, le plus souvent, à l'aide d'un nombre de bobines égal à celui des pôles inducteurs, et ces bobines sont nettement séparées l'une de l'autre au lieu de se chevaucher comme il arrive dans les induits à courants continus à tambour et à disque.

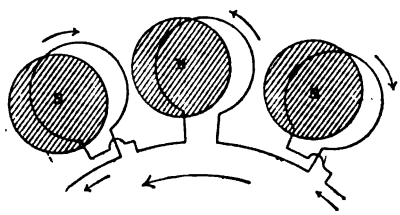


Fig. 91.

La force e. m. a, au même moment, la même valeur absolue dans toutes les bobines semblablement placées. Mais le signe

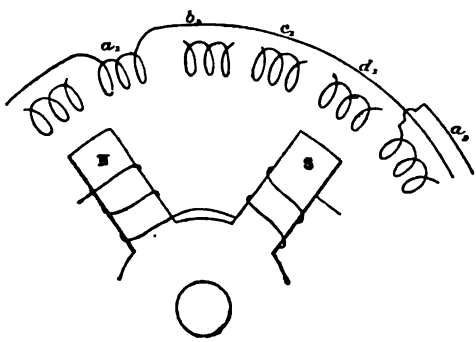


Fig. 92.

change de l'une d'elles à la suivante (fig. 91). On peut sans difficulté réunir ces différentes bobines en quantité ou en série par

un groupage convenable des fils induits. La figure représente le groupement en série de trois bobines successives.

Lorsque le nombre des bobines induites est un multiple du nombre de pôles (comme par exemple pour la machine Gramme ci-dessus décrite), les forces e. m. n'ont plus à chaque instant la même valeur dans chacune d'elles, puisque la variation du flux de force y est différente. On pourra encore grouper ensemble soit en série, soit en quantité, les bobines qui sont placées semblable-

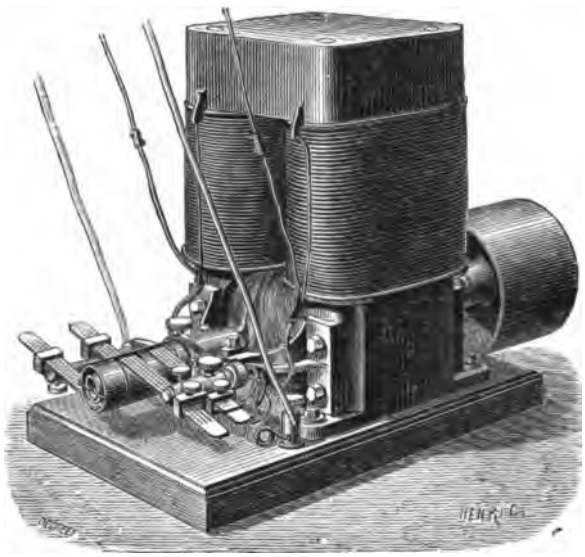


Fig. 93.

ment par rapport aux pôles inducteurs, telles que a_1 a_2, etc., que la figure 92 représente réunies en série. Celles-ci, considérées isolément rentrent en effet exactement dans le cas considéré en premier lieu, et il en serait de même pour b_1 b_2... c_1 c_2..., etc.

Quant aux bobines a, b, c, d, par exemple, leurs forces e. m. sont entre elles dans des phases différentes, c'est-à-dire, passent à des moments différents par les mêmes valeurs. Leur groupage en quantité ne se fait pratiquement jamais. Quant à leur réunion en tension, on y recourt quelquefois.

On peut tout particulièrement considérer comme ainsi constitués certains types de machines usitées dans quelques cas exceptionnels. Telle est celle que le professeur Elihu Thomson emploie

comme génératrice excitant les transformateurs dont il se sert pour ses procédés de soudure électrique.

C'est une machine à courants continus, munie d'un collecteur, comme à l'ordinaire, sur lequel frottent deux balais. Le courant ainsi recueilli est employé à l'excitation des inducteurs (fig. 93).

Mais, outre le collecteur, il existe encore sur l'arbre deux bagues isolées de la masse et reliées l'une à une lame quelconque de collecteur, et l'autre à une lame diamétralement opposée. D'autres balais portent sur ces bagues, et il est facile de saisir que le fil qui les réunit extérieurement sera parcouru par un courant alternatif.

Ce type de dynamo est d'ailleurs peu employé, car la durée d'une période est celle d'un tour de l'induit, et est généralement insuffisante pour les applications industrielles différentes de celles dont nous venons de parler.

85. — L'excitation des inducteurs exige un courant continu, au moins comme sens. Aussi les machines alternatives ne peuvent-elles emprunter leur excitation à leur propre courant sans recourir à un commutateur-redresseur. Elles pourraient être excitées par montage en *série*. Mais ce mode de montage qui nécessiterait le redressement de la totalité du courant ne s'emploie jamais.

L'excitation en dérivation s'emploie parfois notamment dans les machines Zipernowski de petite puissance, et à basse tension. Pour les machines de grande tension, on opère de même, mais en passant, au préalable, par une transformation destinée à diminuer la force e. m. du courant inducteur, et à faire disparaître le danger qui pourrait en résulter.

Toutefois dans la plupart des cas, l'excitation est fournie par le courant d'une ou d'une deux bobines induites spéciales dont le circuit est séparé de celui des autres, et spécialement affecté à cet emploi.

Le commutateur-redresseur est le même dans tous les cas. La figure 94 représente la coupe de celui d'une machine Zipernowsky à 6 pôles.

Il se compose de six segments larges a, b, a', b', a'', b'', séparés par six segments étroits c, c, c.

Les segments *a* sont tous reliés entre eux et avec l'une des extrémités du fil inducteur. L'autre extrémité est reliée aux segments *b* qui sont aussi en communication électrique entre eux.

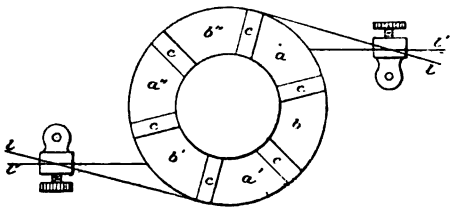


Fig 94.

Les segments étroits *c*, sont complètement isolés. Le métal employé pour ces pièces est le bronze.

Les frotteurs sont composés chacun de deux lames d'acier très mince *l*, *l'*. L'une de ces lames est tangente au cylindre; l'autre est en retard par rapport à la première d'une quantité déterminée correspondant à peu près à la moitié de la largeur d'une des lames *a* ou *b*.

Dans la position de la figure, les lames portent toutes deux sur le même segment : *a* d'un côté *b'* de l'autre. Après un mouvement du commutateur les lames tangentes *l*, *l'* étant encore sur les secteurs *a* et *b'* les lames sécantes *l'*, *l'* seront venues sur *b* et *a''*.

A ce moment, par suite des liaisons du fil inducteur avec les groupes *a* et *b*, ce circuit inducteur se trouvera en court-circuit.

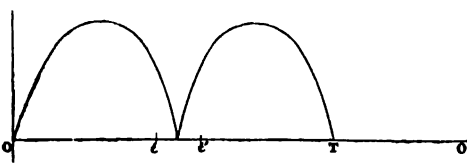


Fig. 95.

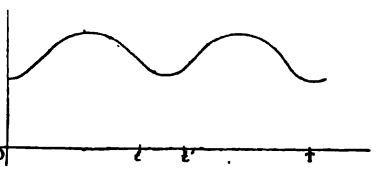


Fig. 96.

Un peu plus tard, les lames porteront sur *b* et *a''* toutes deux à la fois. Tout sera revenu dans le même état qu'auparavant, et la commutation du courant sera faite.

Le courant inducteur, après son redressement, a une allure analogue à celle que représente la figure 95. L'effet de la double lame *l*, *l'* est de fermer ce circuit sur lui-même depuis le temps *t* jusqu'au temps *t'*. Au temps *t*, un extra-courant direct prend naissance dans ses spires, et *prolonge* le courant primitif. Aussi la courbure du courant prend-elle une allure analogue à la

figure 96, allure qui, plus que la précédente se rapproche de la continuité.

Les courbes n'indiquent, bien entendu, que le sens des phénomènes, car leur complexité est telle que l'on ne peut avoir la prétention de les représenter par une courbe qui ne serait pas obtenue par expérience.

Les lames et leurs supports sont montés sur une pièce qui est montée concentriquement avec l'arbre, et peut pivoter autour de lui. On peut ainsi ajuster la position de manière à amener les concordances nécessaires, ce qui se traduit par la disparition à peu près complète des étincelles entre les lames et les segments.

Il est préférable de les tenir à une position légèrement en arrière de la position qui donne le minimum d'étincelles. En effet, celles qui se produisent alors sont dues à un courant qui décroît : elles sont courtes et peu nourries. Avec un calage en avance, on a au contraire des étincelles dues à un courant qui augmente. Elles tendent à s'allonger d'elles-mêmes, et forment, en effet, des arcs donnant lieu à des flammes intenses. Ces étincelles ont un caractère tout spécial, et non seulement endommagent le commutateur, mais encore ont une action très vive sur les yeux et y déterminent des troubles passagers mais très douloureux.

86. — Le *couplage* des machines alternatives ne s'emploie guère que dans les usines centrales de distribution de lumière, pour proportionner le nombre de machines en service aux exigences de la consommation.

Dans ce cas, c'est toujours le couplage en dérivation auquel on a recours : encore n'est-il pas possible avec tous les types de machines. Examinons d'ailleurs la question d'une manière générale.

Pour que des machines alternatives puissent être utilement reliées, il faut nécessairement qu'elles puissent rester en concordance de phase. Si cette condition n'est pas remplie, on ne peut avoir, en effet, qu'une marche irrégulière et nullement pratique.

La concordance de phases exige que la vitesse angulaire des machines soit rigoureusement la même, et ne subisse *aucune* variation relative au bout d'un temps quelconque. Cette condition

pourrait être remplie par un embrayage rigide effectué entre les arbres des machines à réunir. Cet artifice consistant à solidariser les pièces mobiles des machines donne évidemment le même résultat que si l'on agrandissait les dimensions de la machine au fur et à mesure des besoins ; et l'on peut considérer l'ensemble des machines accouplées, comme constituant au point de vue mécanique, une seule et même machine à organes identiques multiples.

Mais la jonction des arbres n'est pas toujours possible et n'est jamais simple : on n'y recourrait que s'il n'était pas possible de faire autrement.

La question est donc de savoir si la concordance de phases peut être maintenue entre machines distinctes commandées soit par courroies, soit par moteurs indépendants.

Dans ces conditions d'installations, la vitesse angulaire ne sera jamais rigoureusement égale pour toutes les machines : si faibles que soient les différences, elles produiront très rapidement un écart d'autant plus grand que la durée de la phase est toujours très courte.

Il faudra donc pour obtenir la rigueur de marche nécessaire qu'il intervienne des efforts régularisateurs, agissant automatiquement pour corriger un écart dès qu'il tend à se produire.

Ces efforts existent, et ne sont autres que les réactions électriques des machines les unes sur les autres. Le régime de marche d'une machine sera évidemment troublé lorsque celui d'une autre variera; et de ce trouble résultera un effort accélérateur ou retardateur selon le cas.

Les forces électro-magnétiques ainsi développées existent toujours mais elles ne sont pas toujours de sens convenable ni d'intensité suffisante pour assurer la certitude de la marche.

87. — Pour ce qui a rapport au *sens* des efforts, on démontrera analytiquement dans la suite de cet ouvrage que si l'on essaie de grouper les machines en série les efforts développés tendent à produire la discordance absolue des phases, d'où résulte une force e. m. nulle. Les machines se mettent en opposition et tendent à s'y maintenir.

Elles sont alors et à tout moment exactement opposées l'une à l'autre, et équilibrent leurs forces e. m. comme les deux moitiés d'un anneau de Gramme par exemple.

Lorsqu'on met, au contraire, en quantité les machines en phase concordante, les efforts électro-magnétiques tendent à les maintenir en cet état, en les y ramenant dès qu'elles s'en écartent. Elles ajoutent alors leurs courants dans le circuit extérieur, et peuvent être ainsi reliées en nombre quelconque sur un même réseau.

On sait que c'est là une condition qui, jusqu'ici du moins, paraît essentielle pour l'exploitation économique des usines centrales de distribution électrique.

88. — Mais, de ce que les machines peuvent rester en concordance, il ne s'ensuit pas nécessairement qu'elles le feront dans tous les cas. Il faut que les forces régularisatrices aient une grandeur suffisante pour assurer l'amortissement très rapide des oscillations relatives qui tendent à se produire. La question serait malaisée à soumettre au calcul : mais les conditions pratiques nécessaires sont bien connues.

Il paraît avantageux, dans tous les cas, que l'induit renferme un noyau de fer, dont la présence semble indispensable pour que les forces électro-dynamiques acquièrent l'intensité nécessaire. Ainsi les machines du genre de Méritens, Zipernowsky, Westinghouse, pourront se coupler en dérivation, tandis que cela sera pratiquement impossible pour les machines du genre Siemens et Ferranti.

On a reconnu, de plus, que la régularisation se fait d'autant mieux que les machines ont entre elles une plus grande liberté relative. Ainsi deux machines commandées par poulies égales montées sur le même arbre, n'auront que de très faibles différences dans les valeurs de leurs vitesses angulaires. Elles seront cependant beaucoup plus délicates à amener en concordance, que deux machines commandées chacune par un moteur à vapeur spécial. Dans le premier cas, la raideur des courroies s'oppose plus aux glissements nécessaires que dans le second la force élastique de la vapeur n'offre de résistance aux forces électro-magnétiques régulatrices. Aussi les courroies doivent-elles recevoir un degré

de tension bien déterminé pour que la bonne marche soit assurée dans ce cas spécial.

89. — Pour régler cette tension, on agit progressivement sur les vis des châssis tendeurs qui doivent toujours être appliqués à ces machines, en se guidant sur les indications d'un *indicateur de phases*. Ce même appareil est également nécessaire pour faire le couplage des machines au point voulu. On manœuvre les clés qui établissent la solidarité au moment précis où l'appareil indique une concordance complète des phases.

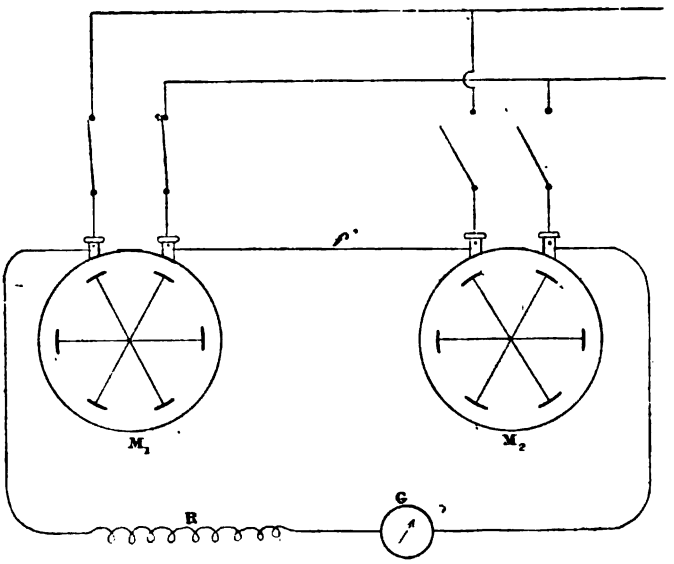


Fig. 97.

Cet appareil est de la plus grande simplicité. Imaginons deux machines (fig. 97), l'une M_1 déjà en service sur un circuit extérieur; l'autre M_2 qu'il s'agit de réunir à la première.

On établit d'abord entre les deux machines une liaison électrique constituée par un fil simple *f* réunissant deux bornes, et un autre fil, dans lequel sont intercalés un galvanoscope G et une grande résistance R, réunissant les deux autres bornes.

Le courant qui traverse alors M_2 est beaucoup trop faible pour que les efforts électro-magnétiques qu'il détermine puissent amener la concordance.

Les machines suivent donc leurs discordances naturelles : la force e. m. qui détermine le courant dans le circuit *f* R G est donc la somme algébrique des forces des deux machines. Elle est maxima au moment où il y a concordance des phases, et elle est nulle au moment de la discordance. Elle est donc périodique, comme chacune des composantes, mais le temps périodique est beaucoup plus long, et égal au temps nécessaire pour qu'il se produise une période complète de différence de marche entre les deux machines. Cette durée est aisément amenée à 15 ou 20 secondes.

Le courant suit évidemment aussi une loi périodique de même durée ; et celle-ci est maintenant bien assez grande pour qu'un organe mobile, doué d'une certaine inertie, tel que l'aiguille du galvanomètre G par exemple, puisse aussi prendre un mouvement périodique concordant. Ce n'aurait pas été le cas avec des périodes très rapides, que l'aiguille ne pourrait pas suivre et qui ne produirait sur elle qu'une action moyenne déterminant un écart constant.

Cela étant, si la résistance R et le galvanomètre G ont des self-inductions négligeables devant celle des machines, la phase du courant coïncidera avec celle de la force e. m. Aussi lorsqu'on verra l'aiguille du galvanoscope passer par un maximum, cela indiquera qu'il y a équilibre des forces e. m. et concordance de leurs phases.

A ce moment, on peut fermer les interrupteurs *i* et *i'*, qui réunissent la seconde machine au circuit extérieur, et interrompre celui de l'indicateur de phases.

En raison de l'intensité des forces électro-magnétiques régulatrices, il n'est pas absolument nécessaire de faire la jonction au moment précis de la concordance. Un instant d'avance ou de retard n'altère pas le résultat. L'auteur a même réussi à grouper ainsi des machines sans aucun indicateur et à un moment quelconque de la phase. Ceci n'est toutefois possible qu'avec quelques types particuliers de machines.

Si après cette manœuvre, l'indicateur de phases prouve que le synchronisme complet ne s'établit pas, cela indique simplement qu'il y a des différences de tensions trop grandes entre les courroies de commande. Il faut alors régler leur tension jusqu'à ce que la concordance se maintienne ; et cette tension réglée une fois

pour toutes, on n'éprouvera plus aucune difficulté lors des couplages suivants.

Les usines centrales montées avec les appareils Westinghouse, ou Zipernowsky emploient les couplages en dérivation, non seulement de plusieurs machines, mais aussi de plusieurs usines sur le même réseau.

QUATRIÈME PARTIE

LE CIRCUIT MAGNÉTIQUE

CHAPITRE XI

PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES DES MATÉRIAUX

90. — On a vu dans la première partie de cet ouvrage que, par analogie avec le circuit électrique, dans lequel une force électro-motrice produit un courant dans un fil résistant, on peut considérer les diverses pièces de fer, de fonte, et les espaces d'air comme formant un circuit magnétique dans lequel une force magnéto-motrice produit un flux de force qui dépend de la résistance magnétique de ce circuit.

Nous étudierons d'abord le circuit magnétique en vue de déterminer à l'avance, si possible, la loi qui relie la valeur du flux dans l'induit avec la force magnéto-motrice.

La connaissance exacte de la valeur de la perméabilité magnétique μ des substances magnétiques employées définit exactement leur qualité : elle constitue la base de l'étude du circuit magnétique.

On a vu que cette perméabilité est variable avec l'excitation, de telle sorte que

$$\mu = \frac{B}{H}$$

est lui-même une fonction de H.

91. — La loi qui lie B à H, ne paraît pas susceptible d'une expression mathématique simple. Un grand nombre de formules ont été proposées, pour représenter empiriquement les valeurs de certains phénomènes qui ont une liaison immédiate avec l'induction moyenne.

Nous rappellerons seulement les formules de Lenz et Jacobi, de Muller, de Lamont; et celles qui résultent des hypothèses de Weber et de Maxwell sur la nature du magnétisme.

Au point de vue plus spécial des machines dynamo-électriques, les plus importantes ont été celles de M. Frœlich, et de M. Kapp.

Celle de M. Frœlich assimile la courbe réelle à une hyperbole, dont on détermine les paramètres à l'aide de deux expériences. Pour des valeurs intermédiaires, et si les valeurs sont assez approchées, on peut admettre la coïncidence de la valeur empirique avec la valeur réelle.

Plus récemment, M. Kapp a été plus heureux à l'aide d'une formule plus compliquée, mais qui représente mieux que la précédente les faits observés.

Toutes ces formules sont aujourd'hui à peu près abandonnées, surtout depuis les progrès très importants réalisés dans la théorie des machines. De plus, comme il faut, même avec ces formules, recourir à l'expérience pour déterminer la valeur des paramètres qui définissent une qualité de fer donnée, mieux vaut, semble-t-il, multiplier les expériences, et obtenir un nombre de points assez grand pour avoir une représentation graphique plus exacte.

L'intérêt des formules empiriques serait de pouvoir être introduites dans la théorie algébrique des machines. Mais pour être de quelque valeur à ce point de vue, il faudrait qu'elles se présentassent avec un caractère de grande simplicité, joint à une exactitude suffisante.

Or, ce n'est pas le cas : la formule de Frœlich, la plus simple de toutes, est déjà laborieuse et manque d'exactitude. Celle de Kapp est d'une nature trop compliquée pour être utile au point de vue spécial de l'étude algébrique.

Aussi est-ce à l'expérience et aux procédés graphiques qu'il faut

aujourd'hui recourir pour l'étude des conditions de fonctionnement des machines dynamo-électriques.

92. — On cherchera donc d'abord à obtenir expérimentalement un nombre suffisant de couples de valeurs de B et de H pour pouvoir tracer la courbe représentative.

Le principe de la méthode sera aisément compris par l'examen de la fig. 98, qui représente l'une des dispositions possibles de l'expérience.

Une pile P produit un courant que mesure le galvanomètre G, et dont l'action peut être graduée par le rhéostat *r*. Un inverseur I est intercalé dans le circuit. Le fer en expérience est supposé pris sous la forme d'un anneau, que recouvrent les *n* spires de fil parcourues par le courant.

Une petite bobine *b* est reliée avec le galvanomètre G′, et ce circuit est complètement distinct du premier.

La force magnétisante H a pour valeur :

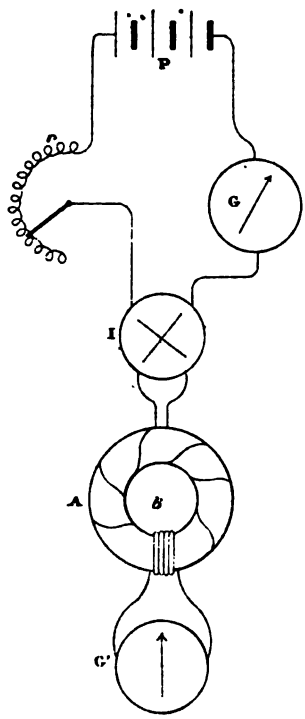


Fig. 98.

$$H = \frac{4\pi n}{l} i_1$$

l étant la longueur moyenne de l'anneau. On peut donc connaître H d'après les indications de G et la connaissance de *n* et de *l*.

Tant que le courant i_1 est constant, il n'y a aucun courant secondaire i_2 induit dans le circuit *b b′*. Mais si l'on fait varier i_1 de Δi_1 la force magnétisante variera de ΔH, et un courant variable sera induit dans le circuit secondaire.

Si le galvanomètre G′ est convenablement disposé, on pourra tirer de ses indications la valeur de la quantité d'électricité *q* cor-

respondant à ΔH. Or, R étant la résistance totale de ce circuit secondaire, on sait qu'on a :

$$q = \frac{\Delta F}{R} = \frac{\Omega . \Delta B}{R}$$

Ω étant la section droite du fer, en centimètres carrés.

Supposons que la force magnétisante partant de + H vienne à — H, par suite de la manœuvre de l'inverseur I; la variation de H sera 2H, et celle de B sera 2B.

On obtiendra ainsi un groupe de valeurs B et H.

Sur ce principe général ont été exécutées un grand nombre d'expériences, dont les dispositions ont varié avec chaque expérimentateur.

93. Mesure de q par le galvanomètre balistique. — La plupart d'entre eux ont employé pour la mesure de la quantité d'électricité induite, le galvanomètre balistique.

Le détail des dispositions expérimentales, qui est nécessaire d'adopter pour obtenir que les impulsions reçues par l'aiguille du galvanomètre soient bien proportionnelles à la quantité à mesurer, se trouve excellemment décrit dans les traités récents d'électrométrie. Nous ne le reproduirons pas ici.

Nous rappellerons seulement qu'il faut que le courant ait une durée assez courte pour que l'impulsion reçue par l'aiguille puisse être considérée comme complète avant que celle-ci ait sensiblement bougé de sa position d'équilibre.

Or, il n'est pas toujours facile d'obtenir que la variation du flux soit assez rapide pour que cette condition puisse être remplie lorsqu'on emploie un modèle ordinaire de galvanomètre, tel que le Thomson.

La difficulté devient énorme lorsqu'on opère sur des masses de métal supérieures à 1 kilogramme et, à plus forte raison, sur des masses comparables à celles des machines dynamo-électriques.

Il faut alors que la durée de la période d'oscillation devienne très considérable, et de beaucoup supérieure à celle des galvanomètres usuels. Tout récemment, M. Carpentier a pu réaliser un

modèle du galvanomètre Deprez-d'Arsonval qui s'approprie admirablement à ces mesures (fig. 99).

94. Mesure par le galvanomètre apériodique. — En 1886, MM. Cabanellas et Arnoux, désirant expérimenter sur des masses de métal aussi rapprochées que possible de celles qui figurent dans les machines, furent frappés de l'impossibilité de se servir des galvanomètres balistiques existant à cette époque. Ils furent conduits à imaginer une méthode différente, fondée sur l'emploi du galvanomètre apériodique, permettant d'obtenir l'évaluation de la quantité avec des variations du flux non seulement lentes, mais même asservies à se produire dans un temps à peu près déterminé.

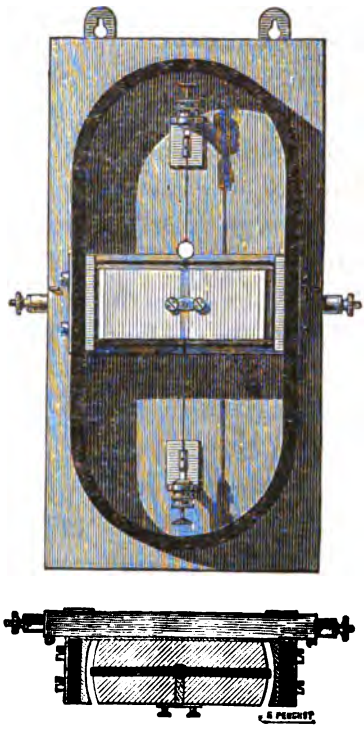


Fig. 99.

Supposons, en effet la bobine d'expérience reliée à un galvanomètre apériodique, et doué (au contraire de ce qui a lieu pour le balistique) de la moindre inertie possible. Au lieu d'attendre la fin de l'impulsion, un tel galvanomètre prendra très vite et sans oscillations sa position d'équilibre.

Le rayon lumineux réfléchi par le miroir de l'instrument tombe sur un papier photographique animé d'un mouvement uniforme : il y trace une courbe dont les ordonnées donnent, à chaque instant, la valeur de l'intensité i au moment considéré.

La surface comprise entre la courbe et l'axe des abscisses sera donc :

$$\int i \, dt = q$$

c'est-à-dire précisément la quantité à mesurer. Il suffira donc de de la mesurer au planimètre pour avoir la valeur cherchée.

On peut d'ailleurs aisément régler la vitesse de variation de la force magnétisante de telle sorte que les déviations ne sortent pas de l'échelle et n'éprouvent pas de variations par trop brusques.

Cette méthode n'a contre elle que de nécessiter un matériel assez complexe, et d'être un peu laborieuse en raison des manipulations qu'elle nécessite. Mais elle donne d'excellents résultats.

95. — Un grand nombre d'expérimentateurs ont fait des mesures dans cet ordre de phénomènes. Nous ne parlerons que des plus récentes, et de celles qui ont particulièrement compris des conditions variables soit comme qualité des matériaux, soit comme dispositions d'expérience.

Les chiffres obtenus n'ont, pour la plupart, qu'un intérêt relatif pour le constructeur, car ils ne s'appliquent qu'au métal de l'échantillon expérimenté, et non à un autre analogue. Il y a de grandes différences de propriétés magnétiques suivant l'état physique et chimique du métal considéré. Aujourd'hui les modes de fabrication des fers et fontes employés par l'industrie électrique, sont tellement nombreux que les mêmes termes servent à désigner des fers bien distincts au point de vue magnétique, en raison des différences de composition qui résultent de celles du mode de fabrication.

Aussi ne peut-on connaître une espèce donnée de fer, acier doux, fonte malléable ou fonte grise, que par des expériences directes. C'est pour cette raison que l'exposé détaillé des méthodes rentre dans le cadre de l'étude des machines dynamo-électriques.

Le prof. Rowland a expérimenté sur des échantillons pris sous forme de tore à section circulaire.

Cette forme présente des avantages au point de vue électrique. Si le fil du circuit magnétisant est enroulé bien régulièrement autour de l'anneau, il n'y a pas de pôles libres, et le magnétisme reste tout entier dans le fer. On peut assimiler l'échantillon, en toute rigueur, à un noyau rectiligne de longueur infinie.

La petite bobine qui constitue le circuit destiné à la mesure de la quantité q peut se placer n'importe où. Elle est le plus souvent réduite à un ou deux tours de fil, et le courant qui la traverse

est bien trop faible pour exercer une action démagnétisante appréciable sur le noyau de fer.

Au point de vue mécanique, cette forme est bonne pour les pièces que l'on peut obtenir par voie de fusion. Pour les pièces forgées, il y a de grandes difficultés à obtenir une soudure parfaite et établissant bien la continuité magnétique.

Enfin le bobinage du fil du circuit magnétisant est assez long, et doit être fait à la main, pour chaque échantillon.

On reconnaît donc que, si cette disposition de tore est la plus

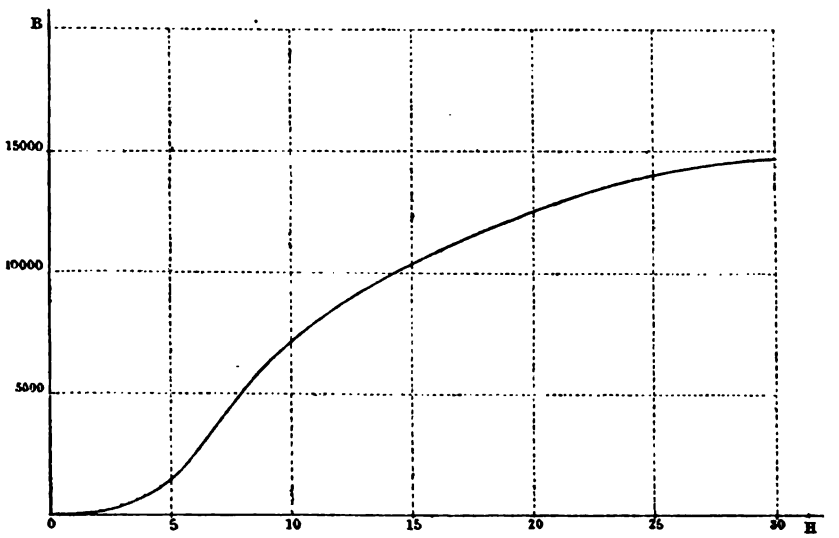


Fig. 100.

parfaite au point de vue des recherches de précision, elle présente quelques inconvénients pour les mesures industrielles, qui réclament une précision moindre mais une plus grande facilité de moyens.

La figure 100 représente le résultat d'une série de mesures faite sur un tore à section circulaire, en bon fer de Norwège. La simple inspection de la figure montre bien qu'aucune forme empirique simple n'en peut représenter les résultats.

96. — M. J. Hopkinson a fait plus récemment une étude systématique d'un grand nombre d'échantillons de fer de fonte et

d'alliages de fer. Ses expériences présentent une grande valeur parce que dans chaque cas une analyse chimique a été faite afin de connaître la teneur exacte des échantillons en matières alliées.

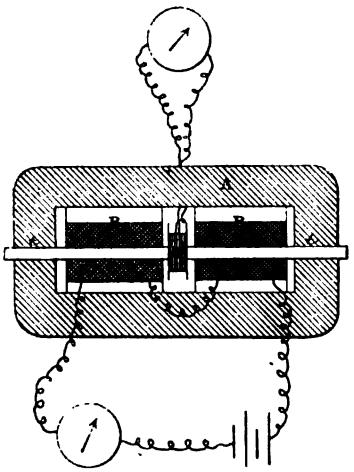


Fig. 101.

De plus le dispositif adopté par lui, rentre tout à fait dans la catégorie de ceux que l'industrie peut adopter, et qui permettent l'essai d'un grand nombre de pièces, de forme simple, avec un seul et même appareil.

Il se compose d'un cadre de forme rectangulaire A, de grande section (fig. 101). Dans l'évidement du cadre sont logées deux bobines B et B' de fil inducteur. Le nombre total de tours de fil des bobines est exactement connu, soit n, et le courant qui les traverse est mesuré par un galvanomètre.

Dans l'axe des bobines est placée la tige $t\ t'$ formée du métal à essayer, et mise sous forme de barre à section cellulaire, d'une section très petite par rapport à celle du cadre A. Cette tige est interrompue en un point situé à fleur de la bobine B, mais les deux moitiés viennent exactement au contact.

Une petite bobine b est placée sur la tige, entre les deux bobines magnétisantes. Elle est sollicitée par un ressort, à sortir du cadre; mais elle est retenue par le bout de la tige t' et ce n'est que lorsqu'on tire celle-ci par l'autre extrémité qu'elle peut être libérée. A ce moment un courant d'induction prend naissance, assez court pour pouvoir être mesuré par le galvanomètre balistique.

Le cadre et la tige constituent un circuit magnétique dans lequel les lignes de force suivent le trajet indiqué par la figure 102. Comme la section du cadre est très grande par rapport à celle de la tige, on peut admettre que sa résistance magnétique est négligeable, et que celle de la tige est seule en jeu. On admet aussi que la longueur active de la tige se confond avec celle de la dimension intérieure a du cadre. Ce ne sont là que des approximations. Rigoureusement, il faudrait supposer à la tige une lon-

gueur supplémentaire a' tenant compte à la fois du cadre A, et de la résistance que les lignes de force rencontrent lors de leur épanouissement en quittant la tige pour passer au cadre. Mais, nous le répétons, pour les mesures industrielles et avec un appareil bien construit, ces corrections sont négligeables.

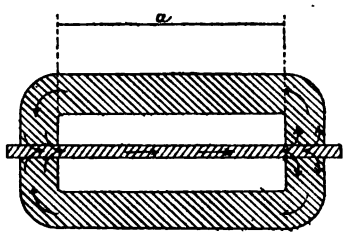


Fig. 102.

Avec cet appareil, le flux dans la bobine induite varie depuis un maximum F jusqu'à zéro, et la quantité induite est proportionnelle à cette variation. La force magnétisante reste constante, mais la rupture de la tige $t\ t'$ détermine une variation du flux, et la bobine sautant hors du champ magnétique, la variation pour son circuit s'étend jusqu'à zéro.

Les résultats principaux des expériences de M. Hopkinson sont consignés dans des tableaux qui ont été reproduits dans tous les aide-mémoires, et qu'il n'est pas utile de transcrire ici.

97. — La méthode de MM. Cabanellas et Arnoux ne diffère pas de celle qui est exposée plus haut (91) quant aux dispositions générales. La qualité seule du galvanomètre change et la variation du flux doit se faire avec une vitesse appropriée à ses qualités d'apériodicité.

Nous ne croyons pas que cette méthode ait été appliquée jusqu'ici à des expériences ayant proprement pour but la détermination de la relation $B = \mu H$. Mais elle a servi entre les mains de l'auteur à d'autres déterminations qui seront exposées plus loin. En tout cas, lorsqu'il y aura lieu de faire des mesures sur des masses importantes, telles que celles d'une machine de moyenne puissance, elle sera à employer de préférence aux méthodes balistiques, pour les raisons qui ont été développées.

98. — La relation $B = \mu H$ conduit à des valeurs très différentes avec la qualité du métal magnétique employé.

Le fer le plus doux est celui pour lequel les valeurs de B pour une force H donnée sont les plus grandes.

L'écrouissage diminue beaucoup la faculté d'aimantation du fer. La fonte malléable et l'acier doux (Bessemer ou Thomas) viennent ensuite, dans l'échelle descendante, mais avec des propriétés très variables d'un échantillon à l'autre en raison des différences de composition chimique. Enfin, l'acier trempant vient en dernière ligne, d'autant plus réfractaire à l'aimantation que sa trempe est plus dure.

En revanche, il jouit de la propriété connue de retenir une plus grande quantité de magnétisme que le fer, et sert à fabriquer les aimants permanents.

La fonte grise, que sa teneur en carbone ferait supposer être la matière la moins aimantable, remonte au contraire dans

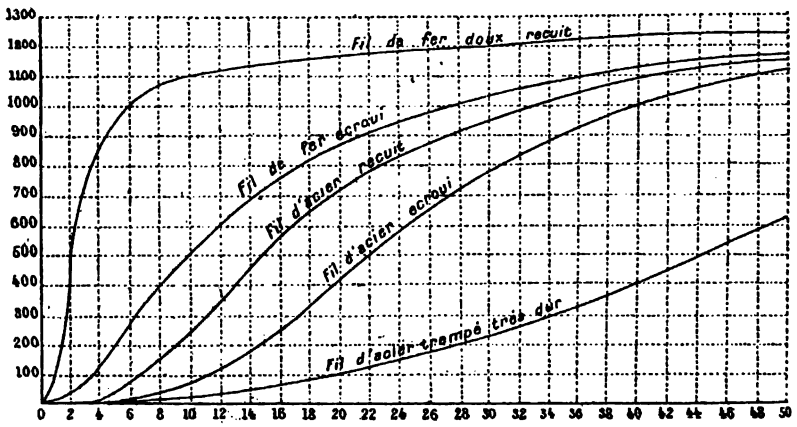


Fig. 103.

l'échelle, et se place entre les aciers doux et l'acier trempant. Mais on sait que l'état du fer dans la fonte est tout différent de celui où il se trouve dans l'acier trempant, ce qui explique le fait mentionné.

La figure 103 donne, d'après le professeur Ewing, la valeur de l'intensité d'aimantation de différentes substances, en fonction de la force magnétisante. L'intensité d'aimantation, multipliée par 4π donne une valeur très approchée de l'induction B.

99. — Les autres substances aimantables, nickel et cobalt, présentent les propriétés magnétiques à un degré beaucoup moindre

que le fer. En raison de ce fait, et de leur prix élevé, elles ne paraissent pas devoir être employées de longtemps à la construction des machines. Cependant si les machines pyromagnétiques étaient appelées à un certain avenir, peut-être le nickel y serait-il avantageusement employé.

Mais ces machines mettent en jeu les rapports du magnétisme avec la température, question qui n'a pas à intervenir en ce qui concerne les machines dynamo-électriques d'induction, les seuls dont nous nous occupions ici. L'aimantation du fer reste en effet à peu près indépendante de la température jusqu'à 300°.

Il n'y a donc pas lieu de s'en occuper actuellement.

100. État magnétique variable. Hystérésis. — Parmi les pièces magnétisées d'une machine, l'une, le noyau de l'induit, a une importance capitale, puisque, en somme, c'est elle seule qu'on cherche à porter au maximum d'aimantation.

De plus, que ce noyau soit fixe ou mobile, il est soumis, dans toutes ses parties, à des variations continuelles de l'aimantation, dues au mouvement relatif nécessaire à la production de la force électromotrice d'induction.

Il en résulte des phénomènes nouveaux, qu'il est nécessaire de considérer en détail, parce qu'ils jouent un rôle dont l'importance n'a été reconnue que récemment.

Lorsqu'on détermine la perméabilité par l'une des méthodes précédemment décrites, on obtient facilement plusieurs valeurs très différentes de μ (ou de l'induction B) pour une même valeur de H.

Cela tient à l'état magnétique actuel de la pièce, avant l'expérience, état qui dépend des expériences antérieures. Il y a donc une relation entre l'état actuel et l'état antérieur d'une pièce de fer aimanté.

Si l'on détermine la relation $B = f(H)$ pour un échantillon de fer vierge, c'est-à-dire n'ayant jamais subi l'action magnétique, et si l'on opère méthodiquement avec des forces magnétisantes d'abord faibles et régulièrement croissantes, on obtient une courbe telle que OM'A (fig. 104).

A partir de ce point, si l'on fait décroître les forces magnéti-

santes, on ne repasse plus par les valeurs déjà obtenues ; mais on obtient un nouvel élément de courbe tel que A M B.

En continuant alors après avoir renversé le sens du courant excitateur, on obtient un nouvel élément B A′. Enfin, à partir de A′ en diminuant la force magnétisante (négative), puis renversant

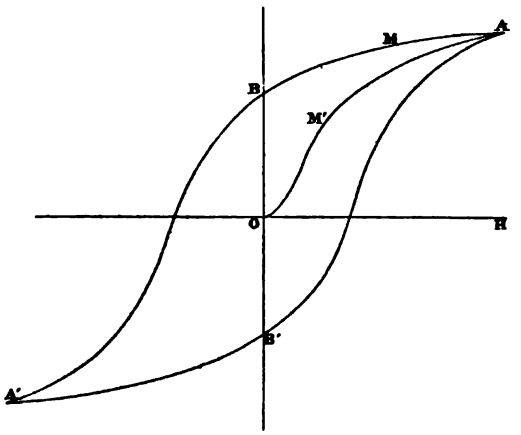


Fig. 104.

encore son sens, et revenant à la valeur primitive O H, on obtient A′B′A. On peut alors recommencer l'opération, et en opérant toujours méthodiquement on peut reproduire indéfiniment le *cycle* A B A′ B′.

Le magnétisme induit qui correspond à une force magnétisante donnée est donc plus grand lorsqu'il correspond à une force magnétisante décroissante que lorsqu'il correspond à une force croissante.

Des cycles en tout analogues au précédent sont obtenus lorsqu'on opère entre d'autres valeurs de la force magnétisante, + H′ et + H″ par exemple (fig. 105).

Le professeur Ewing, qui a fait de ces phénomènes une étude détaillée, les a désignés sous le nom des phénomènes d'*hystérésis* (du grec υστερεω, rester en retard).

La courbe A M′ B, relative à l'état vierge du fer, ne peut donc être obtenue qu'une fois et ne présente pas un grand intérêt au point de vue de l'étude des machines.

Il en est autrement de la courbe double A B A″ B′ qui représente

le cycle des états successifs du fer soumis à une variation périodique de la force magnétisante.

Dans les circuits magnétiques fermés, tels que les anneaux, où les lignes de force ne sortent pas du fer, il y a des différences énormes entre les valeurs que peut avoir l'induction pour une excitation donnée.

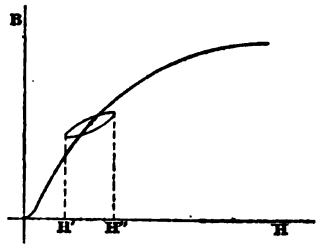


Fig. 105.

Mais dans les machines, où il y a toujours un entrefer notable, ces différences diminuent beaucoup d'importance. Il semble donc logique de prendre la moyenne de ces valeurs de l'induction comme valeur à introduire dans les formules.

Il y a à cela une autre raison encore. Les valeurs extrêmes de 'induction pour une excitation donnée dépendent du maximum

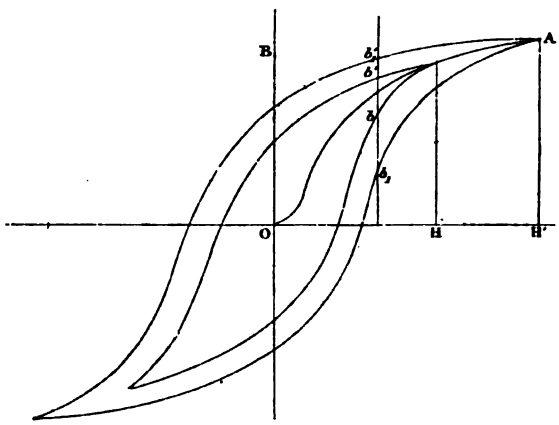


Fig. 106.

de celle-ci. Ainsi la figure 106 représente deux cycles correspondant l'un à la valeur maximum H, l'autre à H'. On voit que pour le cycle limité en H les valeurs extrêmes de l'induction sont b et b'. Pour l'autre ce sont b_1 et b_1'. De plus, toutes les valeurs intermédiaires entre les groupes bb_1 et $b'\,b'_1$ peuvent être obtenues en choisissant un maximum d'excitation compris entre H et H'.

La valeur moyenne, qui est à peu près la même dans tous les cas, est donc celle qu'il convient de faire figurer dans les calculs

et constructions graphiques. Pour ces dernières, M. J. Hopkinson emploie cependant les deux branches de la courbe : et il sera bon de suivre cet exemple pour les machines à petit entrefer.

101. — On a longtemps admis que le magnétisme que peut prendre le fer tendait vers une limite maxima, correspondant à la saturation complète. Les expériences montrent, en effet, que l'induction croît d'abord vite, puis, de plus en plus lentement, à mesure qu'on augmente la force magnétisante. Un chiffre de 20,000 à 23,000 ne paraissait guère pouvoir être dépassé.

Des expériences plus récentes, dues à MM. Ewing et Lowe, ont permis d'atteindre des valeurs s'élevant jusqu'à 45,000 pour du fer très doux de Lowmoor, 37,600 pour du fer de Suède, 31,000 pour de la fonte.

Ces chiffres ne sont obtenus qu'avec des forces magnétisantes énormes. La perméabilité du fer ainsi aimanté n'est guère éloignée de la valeur très faible 2.

Il ne paraît donc pas y avoir de limite à l'induction ; mais ces valeurs élevées ne sont nullement utilisables industriellement, et n'entrent jamais en jeu dans les organes des machines.

102. — Lorsqu'une masse de fer est soumise à une aimantation périodiquement variable, correspondant à un cycle continuellement reproduit, il s'échauffe d'une manière continue quel que soit l'état de division du fer.

Les courants de Foucault qui peuvent se développer ne suffisent donc pas à expliquer cet échauffement.

Il est dû en réalité, pour un fer infiniment divisé, au renversement d'aimantation lui-même et paraît provenir des frottements des molécules entre elles, pendant les mouvements d'orientation qu'elles acquièrent sous l'action des forces magnétiques.

On a démontré que le travail dépensé de ce chef par unité de volume est proportionnel à l'aire comprise entre les courbes qui limitent le cycle. Il est donc aussi, pour un temps donné, proportionnel au nombre de cycles, c'est-à-dire de renversements d'aimantation.

C'est un fait d'une grande importance au point de vue des

machines. Cette cause de perte agit, en effet, sur les deux éléments les plus importants, la puissance et le rendement.

Elle affecte le rendement, en absorbant inutilement une partie de l'énergie à transformer.

Comme il en résulte un dégagement de chaleur, elle s'ajoute à celle qui provient des autres causes de perte, et contribue à élever la température de la machine. Or, l'élévation de température est la seule chose qui limite la puissance de transformation d'une carcasse de machine donnée. Tout échauffement parasite tend donc à diminuer cette puissance.

L'hystérésis affecte toutes les masses de fer dans lesquelles l'aimantation est renversée, ou simplement variable. L'induit est la pièce sur laquelle son effet est le plus sensible, puisqu'il est fortement magnétisé et que le renversement y est complet. Mais elle affecte aussi les inducteurs, quoique dans une mesure bien plus faible, parce que le jeu même de la machine a pour résultat d'apporter, dans certaines de ses parties, une variation périodique du magnétisme.

103. — La qualité du métal est encore un des facteurs les plus importants. Le travail d'hystérésis, correspondant à des limites extrêmes déterminées de la force magnétisante, est d'autant moindre que le composé est plus doux. Elle est minimum pour les fers les plus doux, va en augmentant quand on passe du fer à l'acier, et est moindre dans la fonte que dans les aciers.

Il n'existe jusqu'ici que peu de travaux exécutés en vue de la détermination des propriétés du fer à ce point de vue.

M. J. Hopkinson a donné les chiffres relatifs à la série d'échantillons qu'il a étudiée, et dont nous avons parlé plus haut : il donne en ergs par centimètre cube l'énergie dissipée pour un cycle complet compris entre des forces magnétisantes égales à 240 unités c. g. s. positives et négatives.

Les aciers doux et les bons fers donnent des chiffres de 10,000 à 15,000, tandis que pour certains aciers, la valeur de ce travail s'élève jusque vers 200,000 ergs par c. c. La fonte grise, sous ce rapport presque équivalente au bon fer, n'exige que 13,000 environ.

L'auteur a fait quelques mesures sur des qualités de fer commerciales, avec une disposition d'appareils peu propres à la détermination des valeurs théoriques absolues, mais se rapprochant le plus possible des conditions ordinaires d'emploi dans les machines. Les valeurs relatives étaient principalement intéressantes, la qualité absolue d'un des échantillons étant bien connue.

La méthode consiste, en principe, à soumettre le fer à des renversements d'aimantation rapides, produits par des courants alternatifs et à mesurer au wattmètre la puissance absorbée par le fer. Connaissant par la vitesse de la machine la durée de la période complète, correspondant à un cycle, on pouvait en déduire immédiatement la valeur du travail en ergs par c. c. et par période.

L'appareil est formé d'un solénoïde S bobiné sur un tube de carton, de 235 spires de fil, uniformément réparties sur 30 centimètres de long. Le courant traverse successivement le wattmètre W, l'électro-dynanomètre E et un rhéostat de réglage R (fig. 107).

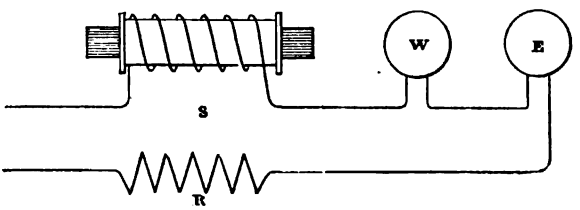


Fig. 107.

Dans l'axe du solénoïde on peut introduire le fer en essai, qui est toujours pris sous forme divisée (fil ou lames), de manière à avoir 20 centimètres carrés de section et 50 centimètres de longueur, soit 1 décimètre cube.

Le fer dépasse donc le solénoïde de 10 centimètres dans chaque sens.

On lance d'abord le courant provenant d'une machine à allure très régulière dans le solénoïde seul, et on règle sa valeur au chiffre voulu en consultant l'électro-dynamomètre et en agissant sur le rhéostat. Cette valeur obtenue, on lit au wattmètre le chiffre qui correspond au travail absorbé par l'échauffement du fil seul.

On introduit ensuite les divers échantillons du fer à étudier, et on répète l'expérience en ramenant le courant à la même valeur que précédemment.

La nouvelle lecture du wattmètre, diminuée de la précédente, donne, pour la valeur correspondante de la force magnétisante, la valeur de la puissance absorbée par l'hystérésis et les courants de Foucault s'il en existe.

Dans une première série d'expériences, on a soumis tous les échantillons à un courant alternatif de 10,15 ampères mesurés à l'électro-dynamomètre, et d'environ 50 périodes par seconde.

La force magnétisante maxima aurait été, dans un solénoïde indéfini

$$F = 4\pi\, n_1\, I$$

Le courant moyen étant 10,15 ampères, son maximum instantané était $10{,}15\sqrt{2} = 14{,}35$ ampères, soit 1,435 c. g. s. D'où :

$$F = 4\pi \frac{235}{30}\, 1{,}435 = 141 \text{ c. g. s.}$$

Les échantillons soumis à l'essai ont donné les résultats suivants :

1° Fil de fer assez aigre :

1170 fils de 1,475 mm.

$$11790 \frac{\text{ergs}}{\text{c. cube période}}$$

2° Tôle de fer puddlée (n° 2 du Creusot) :

444 lames de $10^{mm} \times 0^{mm}45$

$$8980 \frac{\text{ergs}}{\text{c. cube période}}$$

3° Fer étiré plat, très doux (provenance allemande) :

440 lames de $10^{mm} \times 0^{mm}5$

$$8360 \frac{\text{ergs}}{\text{c. cube période}}$$

4° Barreau de fer massif, 51^{mm} de diamètre :

$$31900 \frac{\text{ergs}}{\text{c. cube période}}$$

Cette dernière expérience est destinée à mettre en évidence

l'importance de l'effet de la division du fer. Le métal de la barre n'aurait sans doute pas donné plus de 10.000 à l'état divisé. Sur le barreau massif les courants de Foucault ont produit une perte de travail double de celle de l'hystérésis.

Avant que les questions d'hystérésis eussent été élucidées comme elles le sont aujourd'hui, on avait fait dans les ateliers l'expérience suivante :

Prenant le noyau de fer d'un induit, non encore garni de son fil, et le mettant en place dans des inducteurs magnétisés, on le faisait tourner à la vitesse normale. Au bout de peu de temps, l'échauffement était déjà très notable, et, mesuré après quelques heures, il se trouvait du même ordre de grandeur que celui de l'induit complet en service normal, quoique notablement inférieur. Les courants de Foucault y avaient évidemment leur part, mais, en raison des précautions prises pour la division du fer, il est certain que le travail d'hystérésis était celui qui contribuait à l'échauffement pour la plus grande partie.

104. — L'auteur a fait aussi quelques mesures avec des courants de périodicité variable.

En modifiant la vitesse de la machine, et en agissant convenablement sur son excitation et sur le rhéostat R, on pouvait aisément amener le courant à une même valeur moyenne, avec des périodicités variables.

Une série d'expériences sur un faisceau de fils de fer a donné les résultats suivants :

Périodes par seconde	23	27	35,4	40,2	44,6	47,6	51,8	56	61,2	66,3
Ergs par c. cube et période	3600	3470	4250	4660	4430	5150	5900	6310	6650	7050

La seule inspection des chiffres montre qu'il est difficile d'obtenir, avec les dispositions adoptées, une précision d'ordre scientifique. On peut seulement trouver l'allure du phénomène et son ordre de grandeur.

On constate cependant avec évidence un accroissement très notable du travail absorbé par période.

Comme le travail d'hystérésis est supposé constant, on ne peut

attribuer l'accroissement constaté qu'à celui des courants de Foucault.

Pour essayer une analyse élémentaire des phénomènes, appelons T le travail,

n le nombre de périodes par seconde,

F le flux moyen,

R la résistance des circuits des courants de Foucault.

Le travail d'hystérésis est simplement proportionnel au flux moyen F, et peut s'écrire αF, α étant un coefficient convenable, indépendant de n.

Le travail des courants de Foucault est égal à $\frac{e^2}{R}$, e étant la force e. m. alternative qui les produit. Celle-ci est proportionnelle à la variation du flux, et par suite au nombre de périodes par seconde. Le terme correspondant à ces courants pourrait donc se mettre sous la forme $\beta\, n^2\, F^2$ et on aurait

$$T = \alpha F + \beta\, F^2\, n^2$$

D'après cette équation la relation $T = f\,(n)$ serait parabolique. Deux expériences pourraient servir à déterminer les paramètres, et à calculer les autres expériences.

Si l'on fait ce calcul sur les résultats précédents en prenant pour le calcul des paramètres les troisième et dernière expériences, on obtient le tableau suivant :

NUMÉROS	T, OBSERVÉ	T, CALCULÉ	DIFFÉRENCE	DIFFÉRENCE RELATIF P. 100
23	3600	3601	— 1	0
27	3470	3779	— 309	— 8,2
35,5	4250	—	—	—
40,2	4660	4569	+ 91	+ 2,0
44,6	4430	4902	— 472	— 9,7
47,6	5150	5148	+ 2	0
51,8	5900	5520	+ 380	+ 6,9
56	6310	5024	+ 386	+ 6,6
61,2	6650	6467	+ 183	+ 2,8
66,3	7050	---	—	—
$\alpha F = 3130$ $\beta F^2 = 0,891$				

La concordance n'est pas très satisfaisante ; et cela peut tenir

non seulement au défaut de précision de la mesure, mais aussi à l'inexactitude des hypothèses.

En employant des fils de fer de section circulaire, on peut calculer à l'avance la résistance relative que deux fils différents opposent aux courants de Foucault. Il faut admettre pour cela que le courant est uniformément réparti dans la masse du fil, suivant des cercles concentriques. Soit s la section droite du fil : un tube élémentaire de rayon r et d'épaisseur dr, considéré sous une longueur γ, a pour section γdr et pour longueur $2\pi r$. Sa résistance $d\mathrm{R}$ est donc

$$d\mathrm{R} = \rho \frac{2\pi r}{\lambda dr} = \frac{2\pi\rho}{\lambda} \frac{1}{\frac{dr}{r}}$$

$$\mathrm{R} = \frac{2\pi\rho}{\lambda} \frac{1}{lg_{\varepsilon} r}$$

Pour deux fils différents $\frac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{R}_2} = \frac{gl\, r_2}{lg\, r_1}$, et les coefficients β des formules calculées pour ces deux fils devraient être dans le rapport

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{lg\, r_1}{lg\, r_2}$$

pourvu que le flux F restât le même dans les deux cas.

En opérant sur des fils, l'auteur n'a pas réussi à vérifier ces formules : il est probable que les quantités à mesurer par différence étaient de l'ordre des erreurs d'expériences. Des essais sur des tringles de dimensions assez fortes auraient été nécessaires, mais n'ont pu être faites en temps propice.

La mise en évidence par des chiffres d'expériences de l'importance de la division du fer est un sujet qui mériterait cependant une étude spéciale, car si l'on est bien d'accord au point de vue qualitatif, il n'en est pas de même au point de vue quantitatif. Nous reviendrons du reste par la suite sur ce point spécial.

CHAPITRE XII

THÉORIE DU CIRCUIT MAGNÉTIQUE

105. — En définissant dans la première partie de cet ouvrage, la force magnétique, nous avons signalé l'analogie existant entre les formules dérivées de la loi d'Ohm qui donnent le courant dans une portion d'un circuit électrique, et celles qui donnent le flux de force dans une pièce aimantée faisant partie d'un ensemble ou circuit magnétique.

Il y a, comme nous l'avons fait remarquer, simplement analogie des phénomènes. Le point particulier sur lequel porte la différence est celui-ci :

L'air, à la pression et à la température normales, oppose une résistance énorme au passage du courant électrique. Les corps les moins conducteurs sont encore bons conducteurs par rapport à l'air sec. Lorsque l'on obtient une étincelle, ou mieux une aigrette à l'aide-machine statique, l'électricité traverse bien l'air. Mais le phénomène ne résulte pas d'une conductibilité de l'air, mais de causes bien plus complexes.

L'air peut donc être considéré dans ce qui a rapport aux machines dynamo-électriques comme un isolant parfait. La loi d'Ohm, relative aux conducteurs proprement dits, n'est pas applicable à l'air qui peut faire partie d'un circuit. Il n'y a pas lieu non plus de considérer que l'électricité dont le mouvement constitue le courant se dissipera plus ou moins dans l'air au sein duquel sont plongés les conducteurs, puisque nous admettons qu'il est parfaitement isolant.

En ce qui concerne le flux de force magnétique, l'air est au

contraire un conducteur. Le flux de force émané d'un solénoïde éloigné de toute substance magnétique est tout entier dans l'air. C'est en vertu de la conductibilité magnétique de l'air que les actions d'attraction et de répulsion se font sentir à distance. Les lignes de force sont les trajectoires des directions de la force, dont le mode de propagation paraît être une déformation élastique de l'air.

Sa résistance comparée à celle du fer est, en vérité, très grande ; mais point du tout comparable à celle qu'il possède pour la propagation du courant électrique. Entre les conductibilités magnétiques du fer et de l'air, il y a le même ordre de grandeur qu'entre les conductibilités électriques des métaux et des dissolutions salines, tandis que ces dernières sont encore, électriquement, infiniment conductrices par rapport à l'air.

Ces simples considérations montrent d'abord qu'il faut bien se garder d'exagérer les conclusions qu'on pourrait tirer de l'analogie des formules.

Elles font aussi prévoir que l'étude des circuits magnétiques va se présenter d'une manière moins simple que celle des circuits électriques.

Un système magnétique est, en effet, toujours baigné dans l'air ambiant. Celui-ci entrera donc toujours en action pour sa part. Sous ce rapport, un système magnétisé est l'analogue d'une pile dont tous les éléments constitués par des vases perméables, seraient plongés au sein d'un liquide médiocrement conducteur. Celui-ci donnerait passage à une partie du courant : en un mot, il participerait aux actions développées par la pile, d'une manière active ou passive, suivant les circonstances.

La notion de résistance magnétique s'est d'abord présentée à l'esprit des praticiens et a été développée par M. Kapp en particulier.

Sir W. Thomson indiqua de suite le bien-fondé théorique de cette considération qui repose sur les lois que nous avons indiquées.

Dès lors, la théorie du circuit magnétique se constitua très rapidement, grâce aux travaux de MM. Kapp, Hopkinson, Forbes, Ewing, dont ce qui suit n'est que l'exposé méthodique.

106. — Considérons d'abord un anneau, fermé sur lui-même de longueur l, de section S et sur lequel est enroulé, uniformément réparti, un fil formant n tours, et parcouru par un courant i.

Le flux de force sera, dans ces conditions, complètement intérieur ; il restera dans le fer, et l'air n'interviendra en aucune manière si le fil est appliqué immédiatement sur l'anneau. Ce flux sera donné par la formule

$$f = 4\pi\, ni \frac{\mu S}{l}$$

Un tel anneau ne présentera aucun pôle, aucune trace d'action extérieure sur une aiguille aimantée. On comprendra ce fait, en considérant que chaque élément longitudinal contribue à part égale à la force magnéto-motrice et à la résistance, et on se rappellera qu'il en est de même pour un conducteur soumis à une induction uniformément répartie, dans lequel un courant existe sans qu'il existe aucune différence de potentiels entre deux points quelconques.

Pour qu'il y ait absence complète d'action extérieure, il faut que la répartition du fil sur l'anneau soit rigoureusement uniforme. Faute de cette uniformité, les actions extérieures se font sentir. L'auteur a vu un anneau, bobiné assez régulièrement à la main, exercer une action très nette sur le magnétomètre constitué par l'équipage mobile d'un galvanomètre de Thomson, distant de six à huit mètres.

107. — Supposons maintenant le même anneau fendu, de manière à laisser un espace libre de longueur δ entre les extrémités de la coupure (fig 108).

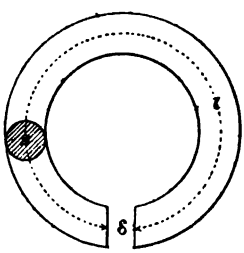


Fig. 108.

Lorsqu'on lancera le courant dans le fil, deux pôles libres apparaîtront évidemment aux extrémités de la pièce.

Des lignes de force émanant du pôle nord (par convention) iront aboutir au pôle sud.

Nous ne savons rien, *a priori*, de la répartition de ces lignes de force dans l'air. Mais, en raison du rapprochement des surfaces

polaires, on peut admettre qu'elles iront directement d'un pôle à l'autre, restant parallèles entre elles.

On pourra alors considérer comme faisant seul partie du circuit magnétique l'espace d'air de longueur δ et de section S, qui était primitivement occupé par le fer.

La force magnéto-motrice est toujours $4\pi\ ni$, la résistance magnétique est la somme de celle de l'air et du fer.

On aura donc, en se rappelant que la perméabilité de l'air est constante et prise égale à l'unité :

$$4\pi\, ni = \frac{1}{\mu}\frac{l}{S}f + \frac{\delta}{S}f$$

formule d'où l'on peut immédiatement tirer f.

Il est cependant certain que le flux dans l'espace compris directement entre les forces polaires (espace que nous appellerons avec Cabanellas l'*entrefer*), il est certain que le flux dans l'entrefer n'est qu'une partie du flux engendré dans le fer, et qui passe tout entier dans sa section médiane.

Pour s'en assurer, il suffit d'approcher une aiguille aimantée, et on la voit dévier bien avant qu'elle soit arrivée dans l'entrefer. Ce n'est donc qu'une approximation qui est exprimée par la précédente formule.

108. — Nous pouvons maintenant examiner un système plus complexe, comprenant toutes les pièces qui entrent en jeu dans une machine. Soit une carcasse magnétique, formée par (fig. 109) une culasse A, deux noyaux B et C recouverts du fil inducteur, deux pièces polaires D, l'entrefer G et enfin le noyau de fer de l'induit.

Les indices A, B, C, etc., appliqués aux lettres l, S, μ, f, indiquent la pièce à laquelle se rapportent les longueur, section, perméabilité et flux de force.

La longueur l des lignes de force est variable dans la plupart des pièces. La longueur moyenne ne pourait être connue exactement que si l'on connaissait d'avance la loi exacte de leur répartition dans la pièce. Mais, en pratique, on admettra qu'elles sont parallèles entre elles, et que leur longueur moyenne est celle des lignes figurées en pointillé sur la figure.

En développant l'équation

$$4\pi\, ni = \Sigma \left[\frac{1}{\mu}\frac{l}{s} f\right]$$

$$4\pi\, ni = \frac{1}{\mu_A}\frac{l_A}{S_A} f_A \text{ (culasse)}$$

$$+ \frac{2}{\mu_B}\frac{l_B}{S_B} f_B \text{ (noyaux)}$$

$$+ \frac{2}{\mu_D}\frac{l_D}{S_D} f_D \text{ (pièces polaires)}$$

$$+ 2\frac{l_G}{S_G} f_G \text{ (entrefer)}$$

$$+ \frac{1}{\mu}\frac{l_E}{S_E} f_E \text{ (noyau de (l'induit)}$$

Dans cette formule, la quantité à tirer est f_E, flux de force dans le fer induit, puisque c'est celui dont la grandeur déterminera la force e. m. induite.

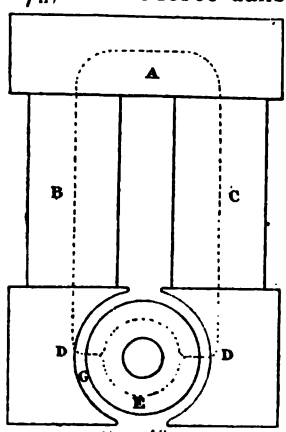


Fig. 109.

Le flux dans les autres pièces a été supposé différent pour chacune d'entre elles. Il en est ainsi, en effet, car des lignes de force passent directement, de B à C par exemple.

Toutefois, comme première approximation, on admettra que le flux est le même dans A B C, et le même aussi dans E D G, mais différent du premier.

Nous appellerons ce dernier f, et le précédent $v\,f$, v étant un coefficient plus grand que 1.

Il est évident que $(v - 1)\,f$ sera le flux perdu et que $\frac{v-1}{v}$ représentera la perte relative, c'est-à-dire la proportion du flux qui ne traverse pas l'entrefer et qui n'est pas utilisé par la machine.

On a donc :

$$4\pi\, ni = vf\left[\frac{1}{\mu_A}\frac{l_A}{S_A} + \frac{2}{\mu_B}\frac{l_B}{S_B}\right]$$

$$+ f\left[\frac{2}{\mu_D}\frac{l_D}{S^D} + 2\frac{l_G}{S_G} + \frac{1}{\mu_E}\frac{l_E}{S_E}\right] \qquad (2)$$

Le coefficient v est à déterminer: nous verrons plus loin comment on peut l'obtenir par expérience ou même le déterminer par le calcul d'après les dimensions de la machine considérée.

Nous le supposerons connu pour le moment. Si maintenant on savait quelles valeurs conviennent aux différentes perméabilités μ, l'équation serait résolue, et on pourrait obtenir une représentation graphique de f en fonction de $4\pi\, ni$, force magnéto-motrice ou de $\frac{4\pi\, ni}{l}$ force magnétisante en appelant l la longueur totale du circuit magnétique.

Remarquons d'abord que le second membre de l'équation (2) renferme une série de termes qui contiennent tous le produit du flux f par la résistance de la pièce correspondante.

Posons:

$$x_1 = v \frac{1}{\mu_A} \frac{l_A}{S_A} f \qquad (3)$$

$$x_2 = v \frac{2}{\mu_B} \frac{l_B}{S_B} f$$

$$x_3 = etc.$$

et considérons en particulier l'une de ces équations (3), la première par exemple.

Il est évident, à simple inspection, que x représente la force magnéto-motrice qui déterminerait le flux f dans la pièce A, si cette pièce existait seule et fermée sur elle-même; ou, plus exactement, dans un tore de même section que la pièce A et d'une longueur égale à $v\, l$.

Les quantités x_2, x_3, etc., ont la même signification pour les autres pièces dont est composé le système magnétique.

Ajoutant les équations (3), on a:

$$\Sigma\, [x] = \Sigma \left[v \frac{1}{\mu} \frac{l}{S} \right] = 4\pi\, ni$$

Donc, on peut formuler cette loi, que « la force magnéto-motrice « nécessaire à produire le flux f dans un système complexe est la « somme des forces magnéto-motrices nécessaires pour produire le « flux dans chacune des pièces prises isolément, et placées dans « des conditions déterminées ».

Ceci suffit à permettre le tracé graphique qui donnera la loi qui relie le flux utile f avec la force magnéto-motrice $4\pi\, ni$.

En effet, supposons tracées sur deux axes les courbes qui représentent les équations :

$$x_1 = v \frac{1}{\mu_A} \frac{l_A}{A_A} f$$

$$x_2 = etc.$$

$$x_3 = etc.$$

$$x_4 = 2 \frac{l_0}{\mu_0} f$$

Cette dernière, qui correspond à l'entrefer, est une droite inclinée passant par l'origine (fig. 110).

Traçons une abscisse quelconque PP′ : sur celle-ci prenons PM

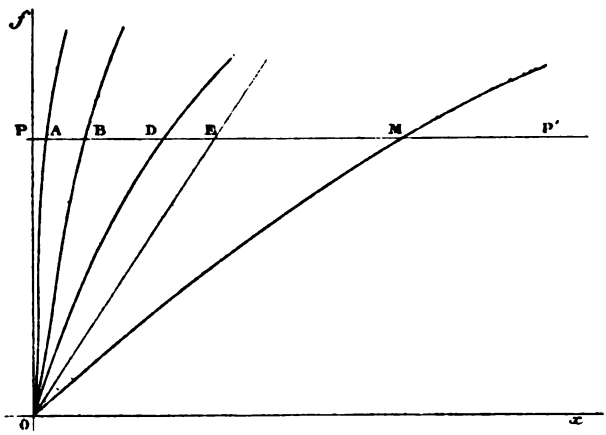


Fig. 110.

égal à la somme PA + PB + PD + PE, le point M appartiendra à la courbe cherchée, car son abscisse est bien égale à $x_1 + x_2 +$ etc..., et représente bien la valeur de $4\pi\, ni$ qui correspond à une solution particulière f de l'équation (2).

Le problème sera donc complètement résolu si l'on sait tracer les courbes primitives définies par les équations (3), telles que :

$$x_1 = v \frac{1}{\mu_A} \frac{S_A}{l_A} f$$

Chacune de ces équations exprime l'état magnétique que peut

prendre la pièce considérée, et cet état dépend de trois facteurs, savoir :

La forme géométrique, qui intervient par le rapport $\frac{l}{S}$ qui est connu ;

Le système magnétique auquel elle appartient, qui intervient par le coefficient v supposé connu ;

La qualité du fer au point de vue magnétique, qui est définie par μ.

Or, si l'on possède la courbe $B = \mu H$ obtenue expérimentalement sur la qualité du fer de la pièce considérée, il est très facile de passer à la courbe élémentaire de l'équation (3).

On a, en effet, en appelant l la longueur totale du circuit magnétique, la suite de relations :

$$f = B S_A = \mu H S_A = \mu \frac{4\pi ni}{l} S_A$$

que l'on peut écrire :

$$f = \mu \left(4\pi ni \frac{l_A}{l}\right) \frac{S_A}{l_A}$$

Dans cette dernière forme de la formule, la quantité entre parenthèses est évidemment égale à x_1, d'où :

$$x_1 = \frac{1}{\mu} \frac{l_A}{S_A} f = \frac{1}{\mu} l_A B_A = l_A H_A$$

Donc, pour chaque valeur de f, prise arbitrairement, on calculera $B_A = \frac{f}{S_A}$. Sur la courbe $B = \mu H$, on prendra la valeur de H, et celle-ci multipliée par l_A donnera la force magnéto-motrice x, correspondante au flux f.

Dans la pratique industrielle, on rapporte souvent le flux aux *ampère-tours ni* d'excitation qui ne diffèrent que par le coefficient 4π de la force magnéto-motrice.

Un simple changement d'échelle permet donc de passer des uns aux autres.

Cette construction, extrêmement ingénieuse, est due à MM. Hopkinson. Elle repose sur une base absolument scientifique, et ses auteurs en ont tiré tous les développements que nous exposons par la suite.

109. — Dérivations magnétiques. — Dans ce qui précède, on a dû, pour calculer le flux de force dans le noyau de l'induit, tenir compte d'une certaine perte, $(v - 1)$ F. Ce flux est celui qui passe en dehors du noyau de l'induit, à travers l'air.

L'air, ayant une véritable conductibilité magnétique, peut être considéré comme un conducteur, réunissant en dérivation les différentes pièces de fer qui constituent le circuit magnétique principal.

Par suite de l'analogie signalée entre la formule d'Ohm pour les courants électriques, et la formule des flux magnétiques, il était aisé de prévoir que les lois des dérivations électriques devaient trouver aussi leur application en ce qui concerne les circuits magnétiques.

C'est, en effet, le cas ; et cette extension permet de calculer le flux réel dans chaque pièce d'un circuit simple ou complexe, et plongé dans un milieu faiblement conducteur tel que l'air.

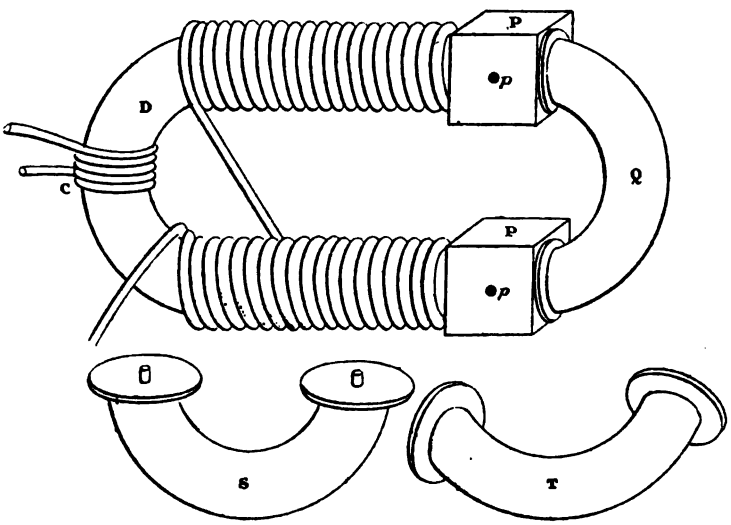


Fig. 111.

Elle permet aussi de calculer par avance le coefficient v d'Hopkinson, qui figure dans les formules précédentes, et la valeur réelle de l'entrefer utile.

MM. Ayrton et Perry ont vérifié à l'aide d'un appareil repré-

senté figure 111 l'application de la formule des résistances réduites à plusieurs pièces de fer.

L'appareil est formé d'un électro-aimant en fer à cheval D, terminé par deux pièces cubiques P. Le circuit magnétisant est C, et *c* est la bobine reliée au galvanomètre balistique.

Trois armatures Q, S, T, peuvent se placer à la fois ou séparément sur les faces du cube, où elles sont maintenues appliquées par des ressorts (non figurés), et centrées par des goupilles *p*. Afin de se rapprocher le plus possible des conditions où se trouvent les circuits des machines dynamo-électriques, chaque armature est terminée par des disques *d d* en laiton, qui empêchent le contact immédiat de fer sur fer, et constituent un entrefer de l'ordre de grandeur de celui des machines.

A l'aide de cet appareil, les auteurs ont reconnu que la loi des dérivations électriques est applicable aux armatures. La conductibilité magnétique de P à P est la somme des conductibilités des armatures qui y aboutissent. Ils trouvèrent également que la courbure brusque que les lignes de force éprouvent pour passer du cube à une armature placée latéralement, sur les faces *p*, ne paraît rencontrer aucune difficulté et n'exiger aucun effort supplémentaire.

Enfin, l'ordre de grandeur de la conductibilité de l'air fut trouvé beaucoup plus grand qu'on n'aurait pu le penser.

110. — Au sujet du calcul de la résistance magnétique des espaces d'air, la difficulté était que le trajet des lignes de forces y était à peu près inconnu.

M. Forbes et MM. Hopkinson montrèrent qu'on pouvait dans tous les cas faire à ce sujet des hypothèses simples, et tracer idéalement un canal de forme régulière, dans lequel on suppose le flux uniformément réparti.

Il est bien évident que ce n'est là qu'une approximation ; mais elle paraît suffisante pour que les résultats obtenus aient une concordance pratique tout à fait satisfaisante avec ceux que fournit l'expérience directe.

La résistance magnétique de l'air le long d'un tube de force est toujours proportionnelle à la longueur, et en raison inverse de la section du tube.

Il est toujours facile de connaître la longueur moyenne avec une exactitude pratique suffisante ; mais la section du tube est généralement variable. Ce n'est donc que par une intégration qu'on pourra obtenir la valeur de la résistance et on devra faire sur la trajectoire des lignes de force les hypothèses telles que l'intégration soit possible.

On a donc en général :

$$\frac{1}{R_m} = \mu \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{l}$$

Les cas les plus fréquents, auxquels on pourra toujours ramener ceux qui se présentent dans la plupart des machines, sont les suivants :

111. Surfaces parallèles. — Le flux passe entre deux surfaces s_1 et s_2 parallèles entre elles (fig. 112 et 113), et situées à une distance d.

On prendra comme valeur de $\int_{s_1}^{s_2} \frac{ds}{l}$ l'expression $\frac{\frac{1}{2}(S_1 + S_2)}{d}$,

ce qui revient à assimiler le tube de force à un tube ayant la même longueur, et une section uniforme égale à la moyenne des surfaces terminales réelles.

La même formule s'appliquera aux surfaces courbes parallèles (fig. 113).

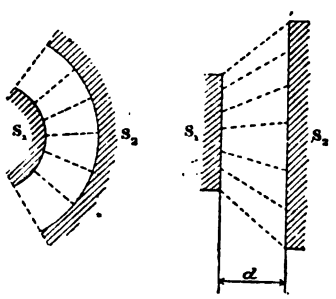


Fig. 112 et 113.

112. Surfaces égales voisines dans un même plan. — Soient par exemple les surfaces S S, appartenant au même plan, et voisines l'une de l'autre. On admettra que le flux émané de l'une se propagera par arcs de cercle parallèles entre eux et aboutissant à l'autre (fig. 114).

Soit OM $= r$ le rayon d'un quelconque de ces arcs de cercle. En M, on a :

$$dS = a.\, dr$$

La longueur de l'arc de cercle qui représente la trajectoire de la ligne de force passant en M, est :

$$l = \pi r$$

On a don :

$$\int \frac{dS}{l} = \int \frac{adr}{\pi r} = \frac{a}{\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{a}{\pi} \text{ lg. nép. } \frac{r_2}{r_1}$$

O A $= r_1$, et O B $= r_2$ sont les limites de l'intégration.

113. Surfaces égales distantes dans un même plan. — Si les surfaces sont assez distantes l'une de l'autre, on ne pourra plus considérer le flux comme se propageant suivant des arcs de cercle.

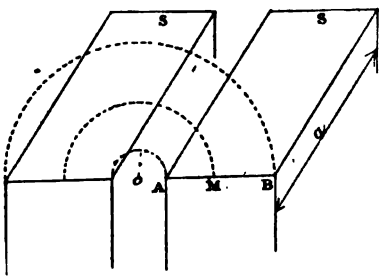


Fig. 114.

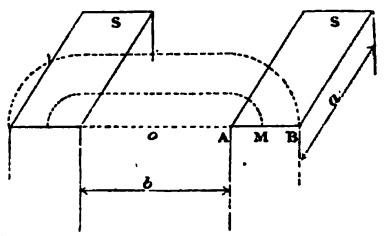


Fig. 115.

On admettra alors que les trajectoires sont des arcs de cercle raccordés par des droites (fig. 115).

Soit b la distance des surfaces et $r_1 =$ AB le rayon limite, on a :

$$dS = a.\ dr$$

$$l = \pi r + b$$

$$\int \frac{ds}{l} = \int_{l = oA}^{l = oB} \frac{adr}{\pi r + b}$$

Or,

$$d.\ (\pi r + b) = \pi\ dr$$

d'où,

$$dr = \frac{1}{\pi}\, d\,(\pi r + b)$$

et l'intégrale peut s'écrire

$$\frac{a}{\pi} \int \frac{d\,(\pi r + b)}{\pi r + b} = \frac{a}{\pi} \text{ lg. nép. } \frac{\pi r + b}{b}$$

Ces trois cas très simples d'évaluation de la valeur de $\int \frac{dS}{l}$ et par conséquent de la conductibilité magnétique, pour différents espaces d'air, sont suffisants pour l'étude des machines des formes les plus usuelles. Dans le cas où pour une forme spéciale on rencontrerait des conditions qui ne pourraient pas se ramener à celles-ci, il ne serait pas difficile en général de faire telles hypothèses qui permettent de ramener l'évaluation à un cas tout aussi simple. La méthode est suffisamment établie par les cas qui viennent d'être analysés pour qu'il ne se rencontre pas de difficultés sérieuses dans son extension à d'autres du même genre.

CHAPITRE XIII

THÉORIE DU CIRCUIT MAGNÉTIQUE (SUITE)

CALCUL DU COEFFICIENT v D'HOPKINSON

114. — L'application de la théorie des dérivations va nous permettre d'établir par le calcul la valeur du coefficient v, d'après M. Forbes.

La méthode générale est la suivante :

A l'aide des formules précédentes, on évalue la valeur de la conductibilité magnétique de tous les espaces d'air.

Les tubes de forces qui forment ces dérivations aboutissent tous, d'un côté, à l'une quelconque des pièces de l'inducteur.

De l'autre côté, ils aboutissent soit à l'une des pièces de l'inducteur, soit au noyau induit. Dans le premier cas, ils forment le flux perdu puisqu'ils ne pénètrent pas à l'intérieur des fils induits. Les seconds forment au contraire le flux utile, et concourent à la production de la force électro motrice d'induction.

Ces flux, utile et perdu, sont entre eux dans le même rapport que les conductibilités de l'ensemble des espaces d'air qu'ils ont à franchir. Comme le rapport des flux entre seul dans la détermination de v, on pourra substituer à ce rapport celui des conductibilités.

Chacune des dérivations qui correspond à une perte de flux peut donc être évaluée par le rapport

$$x = \frac{\text{flux perdu dans la dérivation considérée}}{\text{flux total dans l'induit}}$$

$$= \frac{\text{Somme des conductibilités correspondant au flux utile}}{\text{Conductibilité de la dérivation considérée}}$$

On devra donc : 1° calculer d'abord la conductibilité de tous les espaces d'air aboutissant au noyau de fer de l'induit;

2° Calculer la conductibilité de tous les espaces d'air correspondant à du flux perdu, c'est-à-dire aboutissant des deux côtés à des pièces de l'inducteur;

3° Enfin former tous les rapports x.

Cela étant obtenu, comme v a été défini par le rapport

$$v = \frac{\text{flux total}}{\text{flux utile,}}$$

il en résulte immédiatement

$$v - 1 = \frac{\text{flux perdu}}{\text{flux utile,}}$$

et par suite

$$v - 1 = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots$$

La valeur de v est donc ainsi obtenue en fonction de quantités qui ne dépendent absolument que des dimensions géométriques de la machine, et peuvent être calculées avant toute exécution.

On remarquera que, dans ce calcul, on a supprimé partout les résistances correspondant aux trajectoires que les lignes de force ont à effectuer dans le fer. En effet, cette résistance étant très faible par rapport à celle de l'air, on peut la négliger.

En tenir compte aurait compliqué beaucoup les calculs, et aurait constitué une erreur pratique pour deux raisons. D'abord, les hypothèses faites sur les formes des tubes de force amènent sans doute des erreurs plus grandes que celles qu'on commet en négligeant le fer. De plus, le coefficient v n'a qu'une valeur de second ordre dans des quantités dont la connaissance est nécessaire pour le calcul d'une machine dynamo et, à ce titre, ne nécessite pas une précision exceptionnelle.

115. Application. — Les quelques lignes qui précèdent contiennent tout ce qui est nécessaire pour le calcul de v. Mais il paraît nécessaire de préciser ce point par un exemple d'application à une machine construite.

Nous ne saurions mieux faire que de reproduire ici, en en développant beaucoup l'exposé, l'exemple fourni par M. Forbes qui

a calculé la valeur de v pour la machine même que MM. Hopkinson avaient choisie pour illustrer leur théorie du circuit magnétique, et pour laquelle cette valeur de v avait été obtenue expérimentalement.

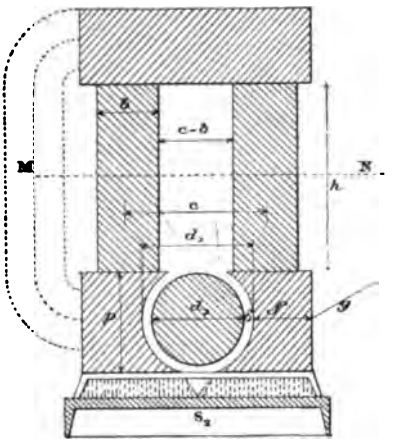


Fig. 116.

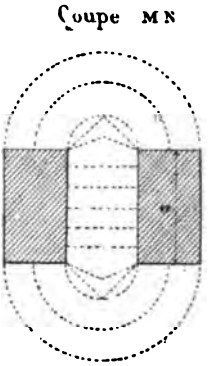


Fig. 117.

Les figures 116 et 117 représentent schématiquement deux coupes de cette machine dont les dimensions principales sont indiquées dans le tableau suivant :

DIMENSIONS PRINCIPALES

		Centimètres
Hauteur des noyaux d'électro	h	= 44,45
Largeur — —	b	= 22,1
Profondeur — —	a	= 45,7
Distance d'axe — —	c	= 38,1
Alésage des pièces polaires	d_1	= 27,5
Largeur —	f	= 25,4
Profondeur —	g	= 48,3
Hauteur —	p	= 25,4
Distance des pièces polaires au bâti	l_1	= 12,7
Diamètre du noyau de l'induit	d_2	= 25,4
Profondeur — —	l_2	= 50,8
Entrefer direct	δ	= 1,5

(Les profondeurs sont comptées parallèlement à l'arbre.)

Cette machine est du type ordinaire Edison-Hopkinson dans lequel une pièce de zinc sépare les pièces polaires du bâti de la machine, qui est en fonte et, par conséquent, magnétique.

116. Calcul de la conductibilité des espaces d'air correspondant au flux utile. — 1° *Entrefer direct.* — Le premier de ces espaces, le plus important et le seul que nous ayons considéré jusqu'ici, est évidemment celui qui est compris entre les deux surfaces cylindriques parallèles formées par les pièces polaires et le noyau

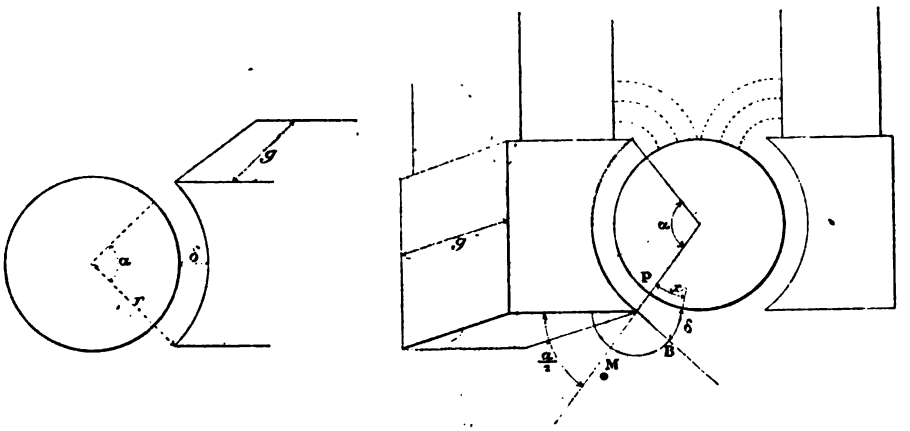


Fig. 118. Fig. 119.

induit (fig. 118). Pour celui-ci, par application de la formule du n° 109, nous avons :

$$k_1 = \frac{g \frac{\pi r_1 \alpha}{360}}{2\delta}$$

2° *Entrefers inférieur et supérieur.* — Considérons la face inférieure d'une pièce polaire, celle qui s'appuie sur la pièce de zinc. Entre cette face et l'armature, il passe des lignes de force, telles que A M B (fig. 119).

Menons le rayon qui passe par la pointe de la pièce polaire et comptons x, sur la circonférence extérieure de l'induit, à partir du point P où la coupe le rayon.

Menons la tangente qui se raccorde avec l'arc de cercle que forme la pièce polaire, et nous admettrons que la distance entre cette tangente et le noyau induit est partout égale à l'entrefer δ. Ceci n'est admissible que si la distance entre les arêtes des pièces polaires n'est pas trop grande.

On a alors :

$$S = g\,dx$$
$$l = \text{Arc AMB} + \delta$$

Or

$$\text{Angle AMB} = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

d'où

$$l = \pi\,x\,\frac{180 + \alpha}{360} + \delta$$

On a donc, pour l'une des pointes :

$$\int \frac{dS}{l} = \int_0^{x_1} \frac{g\,dx}{\pi\,x\,\frac{180 + \alpha}{360} + \delta}$$

Sur le trajet d'un tube de force qui part d'une pièce polaire, traverse l'induit et en ressort pour aboutir à l'autre pièce polaire, cet entrefer doit être franchi deux fois de suite, exactement comme cela se passe pour l'entrefer direct.

La conductibilité k_2 de cet entrefer indirect des faces inférieures est donc la moitié de celle qui résulte de l'intégration de la formule ci-dessus et l'on a, par application du n° 110 :

$$k_2 = \frac{g}{2\,\pi\,\frac{180 + \alpha}{360}}\,\text{lg. nép.}\,\pi\left(\frac{180 + \alpha}{360}\,x_1 + \delta\right)$$

Pour les faces supérieures des pièces polaires, il faut remarquer qu'elles sont couvertes par les noyaux de fer de l'inducteur : on pourrait faire un calcul analogue au précédent en modifiant légèrement le n° 110, mais il est plus simple de remarquer que les lignes de force ont, dans ce cas, une longueur sensiblement égale à la moitié de celles qu'elles ont pour les faces inférieures.

La conductibilité est donc à peu près double, et on peut poser :

$$k_3 = 2\,k_2$$

3° *Entrefer latéral.* — Enfin des lignes de force partent encore des faces verticales des pièces polaires pour venir aboutir à celles du noyau induit.

On peut calculer l'induction latérale résultante comme si la pièce polaire et l'armature étaient séparées par une fente verticale, de

la largeur de l'entrefer direct, et d'une hauteur égale au diamètre du noyau de l'induit (fig. 120).

On a alors :

$$k_4 = \frac{1}{2}\int_{r_1}^{r_2} \frac{d\,dr}{\pi r} = \frac{d_2}{2\pi} \text{ lg. nép. } \frac{r_2}{r_1}$$

La limite supérieure de l'intégration est un peu incertaine. Il faut intégrer, en effet, soit jusqu'à une distance égale à la largeur f de la pièce polaire, soit jusqu'à l'épaisseur e du fer.

Cette dernière quantité étant généralement la moindre, il semble que c'est elle qu'il conviendrait de prendre comme limite supérieure.

M. Forbes fait l'intégration jusqu'à la valeur 6,3 centimètres, égale à la moitié de la distance horizontale entre les noyaux d'électro. Cette limite diffère peu de celle qui correspond à l'épaisseur du fer, et l'erreur qui peut en résulter sur le résultat final est insignifiante.

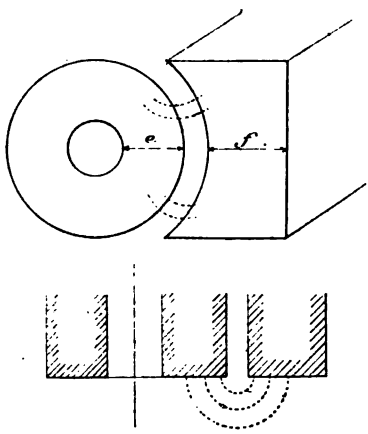


Fig. 120.

Quant à la limite inférieure, $r_1 = 0{,}75$, égale à la moitié de l'entrefer direct, on la néglige et l'on intègre depuis zéro.

La somme des chiffres ainsi obtenus, $k_1 + k_2 + k_3 + k_4$, représente la somme des conductibilités des espaces d'air correspondant à l'entrefer direct. Nous la désignerons par Σk.

Sa valeur est toujours très supérieure à k_1, c'est-à-dire que les entrefers utiles indirects concourent pour une part notable à l'induction utile. Dans l'exemple actuel, on trouve qu'ils produisent un effet équivalent au cinquième de celui de l'entrefer direct. Les valeurs calculées sont :

$$\Sigma k = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 443 + 21{,}7 + 43{,}4 + 16 = 524$$

117. Conductibilité des espaces d'air correspondant au flux perdu. — Il faut maintenant calculer la conductibilité de chacun des espaces d'air correspondant à une partie du flux perdu. Le rapport de ces quantités à la conductibilité Σk définie ci-dessus, donnera la valeur de chacun des termes x définis au paragraphe 111.

1° *Flux direct entre les noyaux des électro-aimants inducteurs.* — Ce flux se décompose en deux parties, comme le montre la coupe M N de la figure 117.

L'une correspond aux deux faces qui se regardent et l'autre aux faces latérales qui sont dans un même plan vertical.

Pour ces dernières, on admet que la propagation se fait par demi-conférences, tandis que, pour les premières, elle se fait par deux trapèzes opposés par leur grande base.

Appelant K_1 la conductibilité de l'ensemble, K' celle des faces parallèles en regard et K'' celle de chaque système de faces latérales appartenant au même plan, on aura :

$$K_1 = K' + 2K''$$

Or, on a :

$$K' = \frac{1}{2} \frac{ah + \left[a + \frac{(c-b)}{2}\right]h}{2(b-c)}$$

$$= \frac{4a + c - bh}{4(c-b)}$$

et pour K'' :

$$K'' = \frac{h}{\pi} \text{lg. nép.} \frac{\pi b + (c-b)}{c-b} = \frac{h}{\pi} \text{lg. nép.} \frac{(\pi - 1)b + c}{c-b}$$

Donc :

$$K_1 = h\left[\frac{4a + c - b}{4(c-b)} + \frac{2}{\pi} \text{lg. nép.} \frac{c + (\pi - 1)b}{(c-b)}\right]$$

Mais de cette valeur de K_1 on ne peut pas déduire immédiatement la valeur de x_1.

Il faut remarquer, en effet, que le long des noyaux des électros inducteurs, la force magnéto-motrice entre deux sections faites par le même plan horizontal va constamment en augmentant, du haut vers le bas.

Le flux perdu est donc loin d'être uniformément réparti dans les espaces dont nous venons de déterminer les conductibilités. Il

est faible vers le haut, dans le voisinage de la culasse, tandis que sa densité (intensité du champ magnétique entre les noyaux inducteurs) va en augmentant à mesure qu'on s'en éloigne.

La valeur totale de ce flux n'est donc plus proportionnelle à celle de la conductibilité.

Elle dépend d'une certaine intégrale qu'il est facile de déterminer.

Considérons une section horizontale, située à une distance quelconque y comptée à partir du sommet des noyaux.

La force magnéto-motrice, ou différence de potentiel magnétique qui existe entre les sections faites dans les noyaux par le plan horizontal, est :

$$4 \pi n_1 \, i \times y$$

n_1 étant le nombre de spires par centimètre de hauteur et i l'intensité du courant d'excitation.

Soit R la résistance magnétique des espaces d'air considérés ($R = \frac{1}{K_1}$ inverse de la conductibilité calculée précédemment). Pour un centimètre de hauteur, cette résistance serait Rh ; pour une hauteur dy, elle sera égale à $\frac{Rh}{dy}$.

Le flux pour cette tranche dy sera donc :

$$\frac{4 \pi n_1 iy \, dy}{Rh}$$

et le flux total, du haut en bas, sera l'intégrale

$$\int_0^h \frac{4 \pi n_1 y \, dy}{Rh} = \frac{2 \pi n_1 ih}{R}$$

Or, $n_1 h$ n'est autre chose que le nombre total des spires, e tl'on a pour valeur du flux l'expression finale

$$\frac{2\pi ni}{R}$$

Or, examinant cette équation, on remarque que le numérateur représente la force magnéto-motrice qui existe entre les sections

faites à mi-hauteur des noyaux ; tandis que le dénominateur représente la résistance totale des espaces d'air.

Tout se passe donc comme si le flux perdu passait tout entier par le plan situé à mi-hauteur, en shunt sur le reste du circuit magnétique.

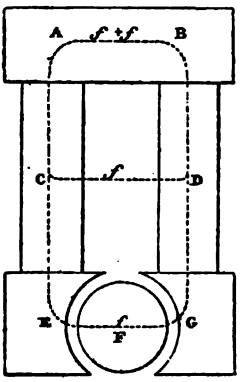


Fig. 121.

Cela posé, pour déterminer le rapport de ce flux au flux utile, appelons (fig. 121) :

r_1 la résistance de la culasse et des deux demi-noyaux supérieurs. La résistance des deux autres demi-noyaux des pièces polaires et du fer induit lui est très sensiblement égale, et sera désignée de même.

r_2 la résistance des entrefers utiles.

R comme plus haut, celle des espaces d'air entre les noyaux, et enfin :

f et f' les flux.

En traitant ce cas par les lois de Kirchoff, comme s'il s'agissait de circuits électriques, on trouve :

$$\text{Circuit ABCD} \qquad 2\pi\, ni = r_1\,(f + f') + \mathrm{R}f'$$
$$\text{Circuit ABEFG} \qquad 4\pi\, ni = r_1\,(f + f') + r_1 f + r_2 f$$

d'où l'on tire immédiatement :

$$\frac{f'}{f} = \frac{r_2}{r_1 + 2\,\mathrm{R}}$$

Or, r_1 est toujours très petit devant 2 R, et est négligeable comme résistance d'une partie de circuit formée de fer devant une partie formée d'air.

D'autre part, $\frac{f'}{f}$ n'est autre chose que x_1.

On a donc enfin :

$$x_1 = \frac{r_2}{2\mathrm{R}} = \frac{\frac{1}{\Sigma k}}{\frac{2}{\mathrm{K}_1}} = \frac{\mathrm{K}_1}{2\Sigma k}$$

Ce rapport se trouve ainsi établi en fonction de quantités connues.

2° *Flux direct entre les faces verticales des pièces polaires.*

Les forces verticales qui rayonnent en partie sur l'induit rayonnent aussi sur elles-mêmes. On les considère comme surfaces rectangulaires égales à pf, on a :

$$K_2 = 2\frac{p}{\pi} \lg \text{nép} \frac{\pi f + d_1}{d_1}$$

et

$$x_2 = \frac{K_2}{\Sigma K}$$

3° *Flux indirect entre les faces inférieures des pièces polaires, à travers le bâti.*

Les surfaces sont parallèles. Négligeant la résistance du bâti de fonte, et appelant S sa surface intéressée par ce flux perdu, on a :

$$K_3 = \frac{1}{2} \frac{fg + \frac{1}{2} S}{2l_1}$$

et

$$x_3 = \frac{K_3}{\Sigma K}$$

4° *Autres flux.* Il y a encore d'autres pertes de flux.

Par exemple, la culasse reçoit un flux inverse émané soit des noyaux, soit des pièces polaires.

En raison de la grande longueur des lignes de force correspondantes, et de ce que la force magnéto-motrice qui les produit n'est que la moitié de celle de la machine, on peut les négliger.

De même négligera-t-on celles qui passent des pièces polaires aux paliers ou à la poulie des machines.

118. — Valeur de v. On est maintenant en possession de tous les éléments nécessaires pour le calcul de v, qui se déduit de

$$v - 1 = \frac{\frac{1}{2} K_1 + K_2 + K_3}{\Sigma k}$$

équation qui donne v en fonction uniquement des dimensions géométriques de la machine.

Dans la machine étudiée, on a obtenu :

$$x_1 = 0{,}21 \qquad x_2 = 0{,}073 \qquad x_3 = 0{,}12$$

D'où

$$v = 1{,}40$$

Sur cette machine, MM. Hopkinson avaient obtenu expérimentalement la valeur 1,32 en mesurant d'abord le flux total à travers l'armature, à l'aide d'une spire de fil placée autour d'elle et reliée à un galvanomètre balistique : puis, le flux dans la spire reportée au milieu de la hauteur de l'un des noyaux.

Le rapport de ces quantités était pris pour valeur de v.

M. Forbes fait remarquer avec raison que la place de la spire à mi-hauteur sur les inducteurs n'est pas heureusement choisie. C'est au milieu de la culasse qu'il fallait la placer, ainsi que cela ressort des considérations exposées plus haut. Dans ce cas, on aurait obtenu une valeur plus élevée que 1,32, et voisine de 1,40.

MM. Hopkinson avaient d'ailleurs remarqué que le chiffre expérimental 1,32 conduisait à des valeurs un peu trop faibles pour les valeurs un peu élevées de l'induction.

La précision avec laquelle le calcul s'est trouvé d'accord avec l'expérience sur cette machine particulière tient sans doute pour une part à ce que ses formes géométriques se prêtaient bien à des hypothèses simples qui fussent voisines de la réalité.

On ne peut compter l'obtenir au même degré pour toutes les autres formes de machine ; mais il n'en est pas moins établi que cet élément très important du calcul des machines dynamo-électriques peut être déterminé à l'avance avec toute l'exactitude pratique qui est suffisante pour l'industrie.

119. — La valeur du coefficient v a été obtenue en négligeant partout la résistance des parties de fer des circuits magnétiques complexes. Ce n'est qu'une approximation, et il est nécessaire de voir si elle est suffisante.

L'auteur a exécuté sur ce sujet une série d'expériences spéciales.

Le circuit se composait de pièces de fer en nombre variable, mais d'une section uniforme de 400 centimètres carrés. Par ses dimensions ce système était donc comparable à une machine de moyenne puissance. Les formes et dimensions du circuit pouvaient être variées à volonté par la combinaison de divers blocs de fer ou de laiton, ceux-ci figuraient des entrefers.

Les mesures étaient faites par la méthode de M. Cabanellas, qui avait mis tout ce matériel à notre disposition.

Ces essais ont montré que pour un circuit donné, v n'est pas constant, mais varie avec la grandeur de la force magnétisante, et par suite de l'induction dans le fer. Pour de très petites valeurs croissantes de la force magnétisante, il paraît décroître, mais à partir de $H = 20$ c. g. s. correspondant, pour l'appareil en essai, à $B = 7000$ dans le fer induit, et $B = 8000$ dans le fer inducteur, ce rapport va en augmentant à peu près linéairement depuis 1.14 jusqu'à 1.50, valeur qu'il atteint pour $H = 500$, correspondant à $B = 10000$ dans le fer induit et près de 15000 dans l'inducteur.

Ces chiffres ne sont applicables qu'aux conditions particulières de l'expérience : mais ils montrent que la variation est en somme assez faible et qu'on peut parfaitement compter en pratique sur l'exactitude suffisante d'un chiffre moyen déterminé par la méthode de calcul déduite de la théorie des dérivations magnétiques.

CINQUIÈME PARTIE

MACHINES A COURANT CONTINU

CHAPITRE XIV

MACHINES EN CIRCUIT OUVERT

120. — Lorsque l'induit d'une machine est en circuit ouvert et que l'excitation des inducteurs est faite par une source extérieure, on peut mesurer à ses balais la force électro-motrice correspondant à la vitesse et à l'excitation choisies.

En général on est fixé d'avance, au moins par à peu près, sur la vitesse que la machine devra supporter. Dans le cas le plus général, elle est réglée de manière à ne pas dépasser 15 à 20 mètres par seconde, à la circonférence de l'induit, la vitesse de 20 mètres par seconde étant considérée comme étant à peu près la limite supérieure compatible avec la sécurité.

Mais souvent, on sera amené à choisir des vitesses moindres que celles-ci ; s'il s'agit, par exemple, de machines devant être accouplées directement à un moteur à vapeur, ou bien de machines de petite puissance, pour lesquelles on se laisse parfois effrayer à tort par la grandeur du chiffre qui représente la vitesse angulaire.

Dans les chapitres précédents, on a vu que d'après MM. Hopkinson et Forbes, on peut obtenir *a priori*, la courbe représentative du flux utile f en fonction de la force magnéto-motrice $4\pi ni$.

$$f \Sigma \left(\frac{v}{\mu} \frac{l}{S}\right) = 4\pi ni$$

Pour une vitesse donnée de la machine, on peut en déduire la force électro-motrice de la machine à circuit ouvert. En effet, dans

$$e = \frac{\Delta f}{\Delta t}$$

qui exprime cette force e. m. le rapport $\frac{\Delta f}{\Delta t}$ est égal à $\frac{2f}{t}$, en appelant t le temps écoulé entre les instants où le flux est maximum dans le plan d'une spire, ou, en d'autres termes, le temps d'un renversement du flux, soit une demi-période. Ce sera la durée de demi-tour pour une machine à 2 pôles et de $\frac{1}{n^{me}}$ de tour pour une machine à n pôles.

La force e. m. est donc proportionnelle au flux maximum utile f.

On en tire ces conséquences immédiates :

1° La courbe d'Hopkinson représentant le flux utile en fonction de l'excitation peut donc représenter aussi, par un simple changement d'échelle, la force e. m. induite à une vitesse donnée.

2° La force e. m. induite est proportionnelle à la vitesse, et pourra être représentée pour toutes les vitesses par des simples changements de l'échelle des ordonnées de la courbe d'Hopkinson.

Il en résulte que sur une machine donnée on pourra toujours par des mesures électriques retrouver cette courbe, soit pour vérifier la concordance de l'expérience et du calcul, soit pour obtenir un des éléments les plus importants de la connaissance de la valeur de la machine considérée.

121. Force e. m. en fonction du flux utile. — Il est facile, en effet, d'exprimer le flux utile en fonction de la force e. m. et de la vitesse, pour le fonctionnement en circuit ouvert et l'excitation séparée.

Soit p le nombre de spires en série, qui concourent à la production de la force e. m. On a

$$e = p\,\frac{2f}{t}$$

Supposons qu'il s'agisse d'une machine bipolaire, faisant N tours par minute,

$$t = \frac{1}{2}\,\frac{60}{N}$$

On en tire, e étant exprimé en *volts* E :

$$F = \frac{15\ E.10^8}{N\,p}$$

Le flux utile est ainsi déterminé exactement. On peut en déduire l'induction moyenne B

$$B = \frac{F}{\Omega}$$

Ω étant la section, en centimètres carrés de fer induit. Le flux ainsi déterminé est le flux total qui traverse un induit du type à tambour ; mais ce n'est que la moitié du flux qui traverse un anneau, puisque celui-ci se bifurque, et que chacune de ses moitiés est entourée d'un système de fil. Ω sera donc la surface d'une seule section droite du tore.

Quant à la force magnétisante H qui produit cette induction B, elle sera déterminée par la mesure de i courant inducteur, et la connaissance du nombre de spires du fil inducteur.

Le produit ni, exprime en ampère-tours ce qu'on appelle couramment l'*excitation :* la force magnéto-motrice est $4\pi ni$, et la force magnétisante H est $\frac{4\pi ni}{l}$ l longueur en centimètres du circuit magnétique. Dans ces deux dernières formules i doit être exprimé en unités c. g. s., c'est-à-dire en déca-ampères.

122. Force e. m. en fonction du champ magnétique. — Il est souvent utile de mettre en évidence un autre chiffre qui a une grande importance, la valeur moyenne du champ magnétique M dans l'entrefer.

On a vu, dans un des précédents chapitres, que l'entrefer utile s'étend bien au delà des surfaces parallèles de l'inducteur et de l'induit. Mais pour exprimer une valeur moyenne de M, on doit supposer que le flux est uniformément réparti et normal sur toute la surface de l'induit. C'est la seule manière de donner des valeurs comparables aux M mesurés sur diverses machines.

Ainsi, pour un anneau ou un tambour, on comptera seulement, comme surface recevant le flux, la moitié de la surface extérieure du cylindre constitué par le noyau de fer.

Si l'on écrit alors que le flux de force dans le fer est passé tout entier par l'entrefer, on en déduit

$$F = B\Omega \text{ dans le fer}$$

$$F = M\frac{\pi DL}{2} \text{ dans l'entrefer}$$

D et L, diamètre et longueur du noyau de fer.

De là, on tire

$$M = \frac{2F}{\pi DL} = \frac{2\,B\Omega}{\pi DL}$$

ou encore, en remplaçant F par sa valeur en fonction de E.

$$M = \frac{E.10^8}{\frac{\pi DN}{60}\,2p\,L}$$

Comme $\frac{\pi DN}{60}$ n'est autre chose que la vitesse V à la circonférence et $2pL$ la longueur des fils placés sur la génératrice du tambour, on retombe ainsi sur une formule connue :

$$E.10^8 = MVl$$

Cette dernière formule est parfois prise pour point de départ de l'étude des machines dynamos. Mais elle comporte des hypothèses sur M, tandis que la formule en fonction du flux f n'en comporte aucune. Aussi cette dernière est-elle préférable.

123. Détermination de la courbe. — La courbe qui relie les forces e. m. en circuit ouvert aux ampère-tours inducteurs pour une vitesse donnée, est donc fondamentale pour l'étude des machines, en raison de sa parenté étroite avec les quantités magnétiques du circuit.

Sa détermination est simple et facile dans tous les ateliers de construction.

On porte la machine à une vitesse de régime choisie à volonté et maintenue constante autant que possible. L'excitation est produite par une source auxiliaire et mesurée par un ampèremètre. La force e. m. est lue au voltmètre pendant que l'on mesure la vitesse soit au tachymètre, soit au compte-tours.

Si l'on emploie ce dernier appareil, on limite le temps à 30 secondes pendant lesquelles on prend plusieurs lectures électriques dont on fait la moyenne.

Les divers points sont alors rapportés sur deux axes rectangulaires.

La courbe ainsi obtenue n'est pas identique à celle que M. Deprez à nommée *caractéristique :* mais ce terme est resté dans le langage courant et s'applique fréquemment à celle que nous venons de décrire, sous le nom de caractéristique à circuit ouvert.

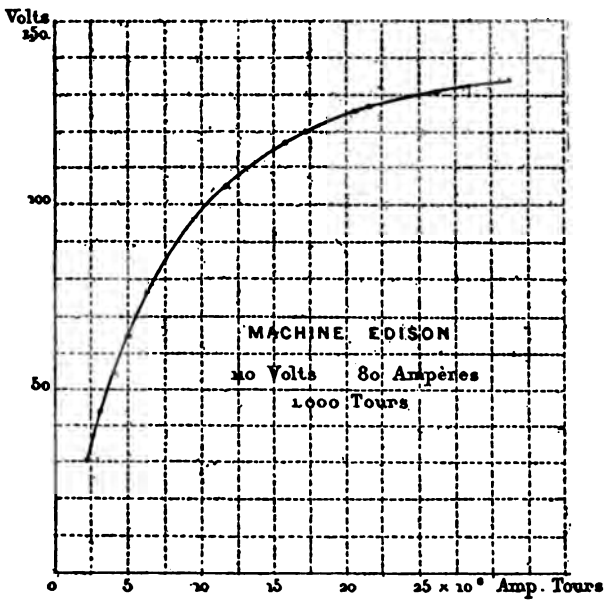


Fig. 122.

Les figures 122, 123, 124 représentent les résultats d'expériences faites par l'auteur sur diverses machines.

124. Forme des caractéristiques. — On voit que toutes ont une allure analogue. Partant d'un point situé sur l'axe des y un peu au-dessus de l'origine, elles s'élèvent d'abord très sensiblement en ligne droite, puis subissent une courbure, et repartent ensuite en ligne presque droite avec une pente très faible.

Il n'est pas inutile de remarquer ici que l'allure dépend dans

une grande mesure du choix de l'échelle des coordonnées. Un

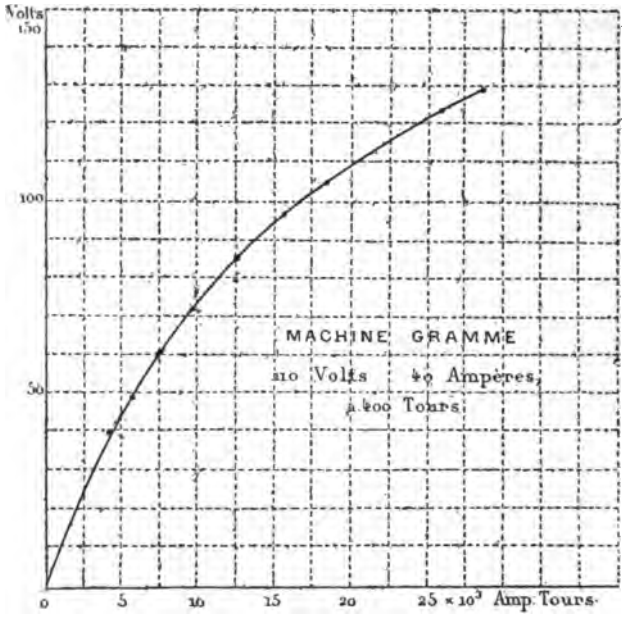


Fig. 123.

changement d'échelle varie en effet les courbures, et peut donner

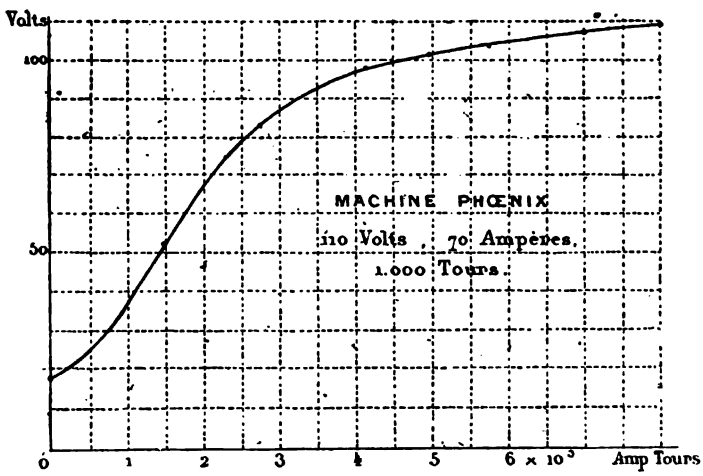


Fig. 124.

un aspect très différent à deux représentations des mêmes résultats d'expérience.

Pour s'en rendre compte, il suffit de tracer sur une même épure les caractéristiques correspondant à différentes vitesses.

Comme les forces e. m. leur sont proportionnelles on l'obtiendra par simple réduction proportionnelle des ordonnées, et on obtiendra une épure analogue à celle de la figure 125, où est bien mise en évidence la différence d'aspect.

Les considérations qu'on peut déduire de la forme de la courbe

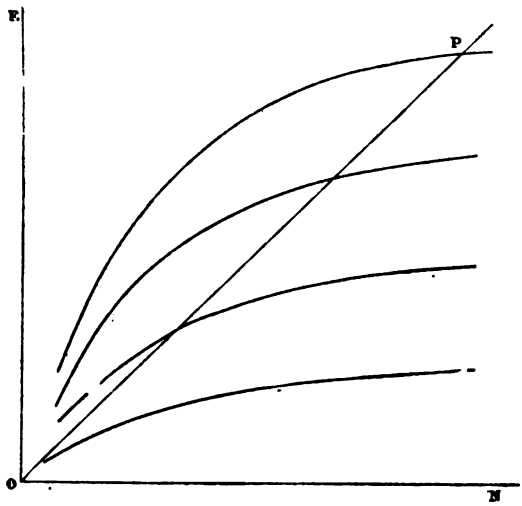


Fig. 125.

au point de vue de la valeur de la machine ne sauraient encore être développées ici : mais on comprend combien on pourrait se tromper dans des conclusions comparatives basées sur des courbes tracées à des échelles quelconques.

Il n'est pas rare de rencontrer dans les ouvrages techniques relatifs au sujet qui nous occupe, une série de caractéristiques de machines, de modèle et de format très différents, tracées sur les mêmes axes divisés en volts et ampères.

Une telle représentation ne peut conduire à aucune conclusion utile.

Il est cependant indispensable au constructeur de pouvoir faire ces comparaisons ; et il pourra les faire aisément en se conformant aux règles suivantes.

Il faut ramener par le calcul tous les résultats d'expériences

faites en vue d'obtenir une caractéristique, à la détermination de l'induction B dans le fer induit en fonction de la force magnétisante H, évaluées en unités C. G. S.

On pourra alors aisément comparer entre elles des machines très différentes d'aspect, de construction, de dimensions, et on sera en possession de l'un des éléments les plus importants pour la comparaison de leurs valeurs respectives.

S'il s'agit d'une machine sans fer induit, on calculera le champ magnétique moyen M, dans l'air, dans le plan où se meuvent les conducteurs.

CHAPITRE XV

MACHINES EN CIRCUIT FERMÉ

125. Décalage. — Lorsqu'on ferme le circuit d'une machine dynamo-électrique de manière à la mettre en service, on remarque de suite, que si les balais occupent la position théorique, il s'y produit des étincelles plus ou moins violentes.

Pour les faire disparaître, il faut déplacer les balais sur le collecteur, en les avançant dans le sens du mouvement. On trouve ainsi en général une nouvelle position pour laquelle elles disparaissent plus ou moins complètement.

Si le débit de la machine vient à varier, il faut encore les déplacer pour la même raison.

On reconnaît donc par cette expérience qu'il y a une position spéciale des balais qui convient le mieux à chaque intensité du courant débité par la machine.

Ce décalage est une nécessité pratique, il faut l'étudier dans ses causes et dans ses conséquences.

Considérons ce qui se passe dans une spire pendant que le balai la met en circuit sur elle-même en touchant à la fois les deux lames auxquelles elle aboutit :

Le courant total étant 2 i, le courant dans chacune moitié de l'induit est i.

Supposons le positif pour une spire considérée, qui va parvenir au balai, soit $+ i$.

Après que cette spire aura échappé aux balais, le courant y sera renversé, et dévenu $- i$.

Si le calage des balais est celui de la position théorique, le flux de force est maximum dans le plan de la spire, par conséquent sa variation y est nulle. Elle ne peut donc, pendant qu'elle est en court circuit, être le siège d'aucune force e. m.

Le courant primitivement égal à $+ i$ y diminue graduellement jusqu'à zéro, et reste nul jusqu'à ce que le cour-circuit ait cessé.

Mais à ce moment, la spire rentre dans le demi-induit où le courant est $- i$. Il y a donc une variation brusque qui commence au moment précis où le balai quitte la lame du collecteur. Cette variation trop rapide donne lieu à l'étincelle qui se manifeste à la pointe du balai.

On remédie à cet effet en avançant les balais dans le sens de la marche.

Cette manœuvre revient à opérer la commutation non plus sur la spire où l'induction est nulle, mais sur une autre, plus avancée, qui se trouve soumise à l'induction. Le résultat est le suivant.

Au moment du court-circuit, le courant varie d'abord de $+ i$ à zéro ; mais au lieu de rester nul jusqu'à la fin du contact des balais, grâce à la position de la spire, la variation continue dans le même sens jusqu'à une valeur $- i_1$. Si la lame du collecteur échappe aux balais sans donner lieu à aucune étincelle, c'est que la valeur $- i_1$ était égale à $- i$, et la rentrée en circuit de la spire induite s'est faite sans aucune variation brusque de son régime intérieur.

On cherche par tâtonnement la position qui donne ce résultat, et qui correspond à un déplacement angulaire très variable.

M. Mascart, à qui l'on doit cette explication de la nécessité du décalage et du mécanisme de son action, l'a soumise à l'analyse, afin d'obtenir la fonction mathématique qui relie l'angle du décalage α avec l'intensité du courant et les autres éléments de la machine.

Si cette fonction pouvait être exactement connue, on serait en possession d'un des éléments les plus importants de la théorie des machines. Malheureusement, elle renferme des termes sur lesquels règne une grande incertitude. La valeur des coefficients d'induction d'une spire sur elle-même et sur l'anneau, en particulier, entrent dans ce calcul ; leur connaissance exigerait une recherche expérimentale qui paraît bien pénible. Il nécessite aussi

une hypothèse sur la loi de variation du flux en fonction de l'angle décrit.

Pour ces raisons, le calcul ne peut qu'indiquer le sens et l'ordre de grandeur du phénomène, mais non sa vraie valeur. Nous ne le reproduirons pas ici.

126. — Au point de vue pratique, le décalage donne lieu aux observations suivantes :

Avec quelques machines, on n'arrive jamais à une suppression à peu près complète des étincelles. Le minimum que l'on constate correspond à une région étendue, ce qui rend la position des balais très incertaine et le fonctionnement est toujours assez mauvais.

Toutes les fois que ce fait se produit, on peut aussi constater que les étincelles ont une puissance destructive particulière et qu'elles rongent rapidement le collecteur. Le métal des lames est comme arraché par petits copeaux, et les balais s'échauffent fortement.

Cet état de choses peut tenir à diverses causes dont toutes ne sont certainement pas connues ; nous signalerons au passage celles qui paraissent plus propres à produire ce résultat.

Parmi les machines qui ont une bonne marche, les unes donnent très peu d'étincelles, les autres pas du tout.

Dans tous les cas, la position des balais est étroitement déterminée. Les petites étincelles qui peuvent subsister n'ont pas de caractère destructeur prononcé. Elles rayent le collecteur, mais n'en arrachent pas des parcelles comme dans le cas précédent. Ces rayures, peu profondes, sont facilement enlevées par un polissage au papier de verre, qui peut se faire en marche ; elles laissent le collecteur cylindrique, ce qui est une condition essentielle à sa conservation.

Avec quelques machines heureusement proportionnées, on peut arriver à n'avoir aucune trace d'étincelles, à tel point que l'inspection de la dynamo seule permet difficilement de dire si elle est en charge ou en circuit ouvert. Il n'y a malheureusement aucune règle qui permette d'obtenir à coup sûr un résultat si désirable.

Parmi les conditions qui ont une influence marquée sur la

durée du court-circuit, la largeur du contact du balai sur le collecteur est un facteur important. La durée est en effet proportionnelle à cette largeur, et on comprend que l'angle de calage pourra varier avec elle.

Dans les machines à grand débit, où il faut assurer une section de passage suffisante du collecteur aux balais, il est d'usage de donner à ceux-ci une forte épaisseur et de les faire porter en biais sur la surface des lames (fig. 126).

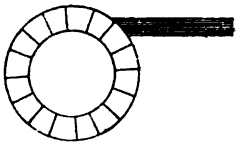


Fig. 126.

Quelquefois la durée ainsi assurée n'est pas suffisante, et on emploie un second balai placé en arrière du premier. L'expérience seule peut renseigner sur la meilleure disposition à adopter : si aucune d'elles ne réussit, on peut en conclure à un défaut dans l'établissement du type de la machine ; mais il ne sera pas toujours facile de savoir lequel et de le corriger.

Un des éléments importants est le nombre de lames du collecteur.

Supposons que le calcul de la machine ait conduit à un nombre tolal n de spires induites, pour obtenir une force e. m. donnée. Soit $n = 120$ par exemple.

On aura à choisir entre un grand nombre de valeurs différentes du nombre de lames de collecteur et de nombre de spires d'une bobine élémentaire aboutissant à deux lames successives. Entre ces deux éléments, on pourra par exemple établir le tableau suivant :

Lames du demi-collecteur	120	60	40	30	24	20	12
Spires par bobine élémentaire.	1	2	3	4	5	6	10

Le produit de deux nombres superposés est toujours égal à 120, nombre de spires induites en série.

L'expérience prouve qu'un trop petit nombre de lames, correspondant à un trop grand nombre de spires pour chaque bobine élémentaire, donne en général une mauvaise marche.

Mais d'un autre côté, le constructeur a intérêt à ne pas exagérer la division du collecteur au delà du nécessaire.

En effet, le prix d'un collecteur ne dépend guère de son poids, mais surtout de la main-d'œuvre dépensée, qui est à peu près proportionnelle au nombre des lames. Ce collecteur, seule pièce renouvelable d'une machine, coûtera donc d'autant plus que son nombre de lames sera plus élevé.

Il conviendra, en général, de choisir un nombre de divisions plutôt trop élevé.

Lorsque la machine projetée est destinée à produire un courant très intense sous une faible différence de potentiel, on peut éprouver de ce chef de sérieuses difficultés. Il peut se faire, par exemple, que le nombre total de spires nécessaires soit de 4 ou 5 seulement.

Dans ce cas, chaque bobine élémentaire n'ayant qu'une spire, il paraît impossible de donner plus de 4 ou 5 lames au demi-collecteur (pour une machine à 2 pôles).

Ce nombre sera généralement insuffisant : il faut alors changer les proportions de la machine projetée, en diminuant la valeur du flux dans l'induit, de manière à allonger le fil.

La résistance intérieure sera ainsi plus forte, mais la machine pourra avoir un bon fonctionnement, tandis qu'il aurait été mauvais autrement.

Pour les machines à haute tension, il conviendra de muliplier le plus possible le nombre de lames du collecteur, afin que deux lames successives n'aient pas entre elles une trop grande différence de potentiel, ce qui faciliterait la persistance des étincelles.

127. Réaction due au décalage. — Le décalage des balais a pour résultat d'introduire en jeu une force magnéto-motrice inverse de celle que produit le courant inducteur.

Il produit donc un affaiblissement et une distorsion du champ magnétique.

Le diagramme de la figure 127, dû à M. Swinburne, permet de se rendre compte aisément de cet effet. Supposons que la figure représente une coupe faite dans une machine dont l'induit est à tambour. La ligne inclinée M′ N′ représente la position actuelle du plan de commutation, dont la position neutre est M N. Le courant circule dans un certain sens dans tous les fils qui sont à droite de

M′ N′ et en sens inverse dans tous ceux qui sont à gauche. Représentons les uns par des cercles ombrés, et les autres par des cercles clairs.

Maintenant, au lieu des connexions réelles qui existent aux extrémités du tambour, supposons que les connexions soient

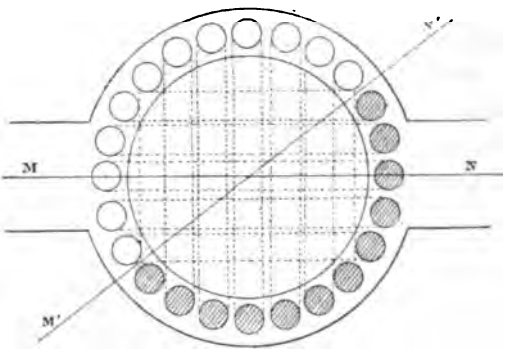


Fig. 127.

établies suivant deux systèmes, l'un perpendiculaire, l'autre parallèle à M N. Chacun de ces systèmes donnera naissance à deux composantes de flux dû à l'induit. L'une sera perpendiculaire au flux inducteur primitif, et produit la distorsion du champ. L'autre lui est directement opposée, et produit son affaiblissement.

La distorsion peut n'avoir pas d'influence sur le fonctionnement pratique de la machine. Mais l'affaiblissement du flux produit une diminution de la force électromotrice.

La nécessité de caler les balais en avant de la position théorique est une autre cause d'affaiblissement : la différence de potentiels entre les lames où portent les balais, en l'absence d'étincelles, est, en effet, moindre que celle qui existe entre les systèmes de lames opposées situées en arrière, entre les balais et le point neutre.

128. — Une théorie complète des machines dynamo-électriques doit donc tenir compte de ces effets.

MM. Hopkinson ont complété celle que nous avons exposée plus haut, de la manière suivante.

Soit (fig. 128) λ l'angle de calage pour un courant i_1 dans l'induit.

Le long de la ligne ABCDEF, on rencontre les deux forces magnéto-motrices : savoir, celle due aux inducteurs $4\pi\, ni$, et celle due au décalage, qu'il s'agit d'exprimer. S'il y a en tout sur l'induit m spires de fil, elle sera :

$$4\pi \frac{2\lambda}{2\pi} m i_a = 4\lambda\, m i_a$$

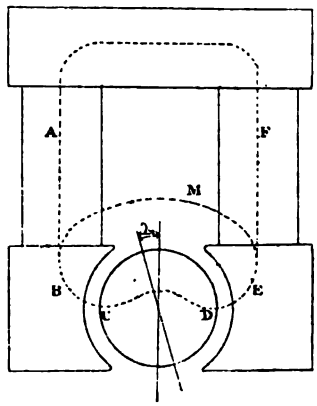


Fig. 128.

Appelons f le flux dans l'induit et $f + f'$ le flux dans les inducteurs, f' étant évidemment le flux perdu ; et soit $g\, f'$ la portion de ce dernier qui passe directement entre les pièces polaires par un trajet tel que M.

Appliquons les formules fondamentales aux deux circuits ABCDEFA et MBCDEM, et, pour plus de simplicité, négligeons les résistances magnétiques des pièces polaires et de l'âme de l'induit, résistances faibles devant celle des inducteurs, et négligeables devant celles des espaces d'air.

Dans le long circuit A, on a :

$$4\pi\, ni - 4\lambda\, m i_a = 2 \frac{l_2}{A_2} f + \frac{l_3}{A_3} \frac{1}{\mu} \left(f + f'\right) \qquad (1)$$

l_2 A_2 longueur et section des entrefers.
l_3 A_3 — — des inducteurs.
Dans le circuit M, on a seulement :

$$-4\lambda\, m i_a = 2 \frac{l_2}{A_2} f + g f \qquad (2)$$

Pour déterminer g, remarquons que lorsque le courant dans l'induit i_a est nul, on a :

$$f' = (v - 1) f$$

Dans l'équation (2), faisant $i_a = 0$, on trouve :

$$g = \frac{1}{v - 1} \frac{2 l_2}{A_2}$$

Eliminant f' entre les équations (1) et (2), il vient alors:

$$4\pi\, ni - 4\lambda\, mi_a = \frac{2l_2}{A_2} f + \frac{l_3}{\mu A_3}\left(vf + (v-1)\frac{A_2}{2l_2} 4\lambda\, mi_a\right)$$

Ajoutons à chaque membre le terme $\frac{v-1}{v} 4\lambda\, mi_a$ en le multipliant dans le second par le facteur $\frac{2\, l_2}{A^2}\frac{A}{2\, l_2}$ qui est égal à l'unité, et il vient :

$$4\pi\, ni - \frac{4\lambda\, mi_a}{v} = \frac{2l_2}{vA_2}\left[vf + \frac{A_2}{2l_2}\left(v-1\right) 4\lambda\, mi_a\right]$$
$$+ \frac{l_3}{\mu A_3}\left[vf + \frac{A_2}{2l_2}\left(v-1\right) 4\lambda\, mi_a\right]$$

d'où finalement:

$$4\pi\, ni - \frac{4\lambda\, mi_a}{v} = \left[\frac{2l_2}{vA_2} + \frac{l_3}{\mu A_3}\right]\left[vf + \frac{A_2}{2l_2}\left(v-1\right) 4\lambda\, mi_a\right] \qquad (3)$$

Composons maintenant cette équation avec l'équation (1) dans laquelle on fait $i_a = o$ (circuit ouvert), et qui donne

$$4\pi\, ni = \frac{2l_2}{A_2} f + \frac{l_3}{\mu A_3} vf \qquad (4)$$

qu'on peut écrire

$$4\pi\, ni = \left[\frac{2l_2}{vA_2} + \frac{l_3}{\mu A_3}\right] vf$$

Si l'on écrit cette dernière sous la forme

$$f = \Phi\,(4\pi\, ni)$$

Φ représentera une certaine fonction bien déterminée et dont les valeurs sont connues.

Cette fonction se retrouve mise en évidence dans l'équation (3), qu'on peut écrire

$$f + \frac{v-1}{v}\frac{A_2}{2l_2} 4\lambda\, mi_a = \Phi\left(4\pi\, ni - \frac{4\lambda\, mi_a}{v}\right)$$

Ce serait l'équation de la surface caractéristique donnant f en fonction de i et i_a. Elle est connue si l'on connaît à l'avance les valeurs correspondantes de λ et de i_a.

Il est facile d'en faire la construction graphique (fig. 129). Dans le plan des $f\, i$, la courbe O R est la caractéristique pour $i_a = o$.

Prenons

$$OL = 4\pi\, ni$$

et

$$LM = 4\lambda\, mi_a$$

menons M K sous un angle tel qu'on ait $\frac{KL}{ML} = \frac{1}{v}$. On voit de suite que O K a pour valeur $4\pi\, ni - \frac{4\lambda m\, i_a}{v}$ c'est-à-dire l'argument de la fonciton Φ. La ligne K R sera cette fonction même.

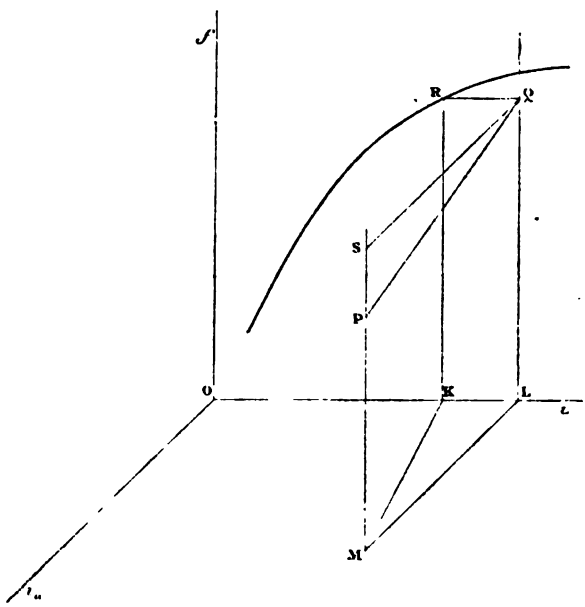


Fig. 129.

Menons R Q, et de Q, menons vers l'ordonnée du point M les lignes Q S horizontale et Q P faisant avec Q S un angle tel que

$$\frac{PS}{SQ} = \frac{v-1}{v}\,\frac{A_2}{2l_2}$$

Le point P appartient à la surface. En effet :

$$MP = MS - PS = \Phi\left(4\pi\, ni - \frac{4\lambda\, mi_a}{v}\right) - 4\lambda\, mi_a\,\frac{v-1}{v}\,\frac{A_2}{2l_2}$$

Donc, P M est bien la valeur f du flux utile correspondant à i et i_a.

Au point de vue pratique, il convient de rapporter les courbes qu'on pourrait ainsi obtenir dans le plan de la caractéristique normale. Rien n'est plus facile par les procédés usuels de la géométrie descriptive, mais nous avons préféré exposer la méthode dans la forme même que lui ont donnée ses auteurs.

Ainsi que ceux-ci le font remarquer, ces formules et leur traduction graphique renferment toute la théorie des machines dynamo-électriques.

Elles permettraient de connaître très exactement à l'avance toutes les conditions de fonctionnement d'une machine, déduites de la seule connaissance des propriétés magnétiques de ses matériaux, si l'on savait calculer le coefficient v et la fonction qui lie λ à i_a.

Nous avons vu que v peut se calculer avec une exactitude très suffisante, mais qu'il n'en est pas de même pour λ. Il semble même difficile que celui-ci puisse jamais être calculé par des procédés assez simples pour être susceptibles d'une application pratique. Le mieux est donc de recourir à l'expérience, qui, de toute manière, doit intervenir.

Les résultats obtenus serviront de base à la théorie graphique que nous exposerons dans le chapitre suivant.

La formule générale ci-dessus se simplifie dans le cas où, la machine étant excitée en série, $i = i_a$. Le lecteur en fera aisément l'application et on retrouvera en particulier ce fait bien reconnu que de telles machines ont un maximum de force électromotrice, au delà duquel celle-ci va en s'abaissant et pourrait même devenir négative, si le courant correspondant n'était pas trop fort pour que les fils puissent le supporter.

On reconnaîtra aussi que, d'une manière générale, une machine peut fonctionner avec $i = o$, c'est-à-dire à l'aide du champ magnétique créé par son induit, et sans aucun courant inducteur. L'expérience en a été faite, et est facile à répéter : mais naturellement les balais donnent des étincelles très fortes, qui ne permettraient pas une marche prolongée.

Avec un calage négatif (en arrière), la force magnéto-motrice

$4 \lambda m i_a$ serait de même sens que $4 \pi ni$. Le flux utile augmenterait donc en même temps que le courant, et on réaliserait ainsi l'effet qu'on obtient d'habitude avec le double enroulement. Mais la même raison d'étincelles que dans le cas précédent s'opposerait au fonctionnement pratique.

CHAPITRE XVI

THÉORIE GRAPHIQUE DES MACHINES

129. — La théorie graphique des machines à courant continu peut être établie en prenant comme point de départ plusieurs courbes, auxquelles on donne parfois indistinctement le nom de caractéristiques.

Nous nous servirons de deux d'entre elles seulement, savoir :

1° La courbe des différences de potentiel aux balais en circuit ouvert, en fonction de l'excitation;

2° La courbe des différences de potentiel aux balais en circuit fermé, en fonction du courant total et à excitation extérieure constante.

La première est évidemment celle que l'on peut déduire de la théorie d'Hopkinson. Elle est plus particulièrement caractéristique de la partie magnétique de la machine.

La seconde donne un résultat qui tient compte tout à la fois du décalage, de la résistance intérieure et de la réaction magnétique de l'induit.

La vitesse de la machine pour laquelle ces courbes sont déterminées doivent être aussi voisines que possible de la vitesse normale. Elle devra être maintenue aussi rigoureusement constante que possible; car, si l'on peut légitimement faire des corrections sur la première de ces courbes, on ne le peut pas sur la seconde. Il convient donc de les éviter.

Pour plus de généralité, on pourra prendre comme ordonnées la différence de potentiel ramenée à une spire induite. Mais on se

souviendra en tout cas que les formules développées précédemment permettent aisément de passer d'une valeur à une autre.

Ainsi les ordonnées de la première courbe pourront représenter, par simple changement d'échelle, soit les volts observés, soit les volts par spire, soit le flux utile, ou encore la valeur du champ magnétique moyen dans l'entrefer.

Les abscisses représenteront aussi à volonté, soit les ampères, soit les ampère-tours, soit enfin la force magnétisante ou la force magnéto-motrice.

Toutes ces quantités étant liées entre elles par la loi de proportionnalité, on peut toujours passer de l'une à l'autre.

130. Détermination. — La machine à étudier étant construite, on lui communique une vitesse à peu près égale à celle de régime.

Les inducteurs, portant un bobinage arbitraire, sont d'abord excités par une source auxiliaire. Un ampèremètre intercalé en circuit permet de connaître le courant excitateur, et un rhéostat permet de le régler.

Un voltmètre est relié aux balais. Le courant qu'il consomme peut toujours être négligé par rapport au courant maximum que peut supporter la machine, et on pourra la considérer comme en circuit ouvert.

On commence par lancer un courant excitateur faible : et on mesure en même temps les ampères inducteurs, les volts induits, la vitesse.

On répète l'opération pour un assez grand nombre de points, en faisant croître régulièrement le courant inducteur.

Si l'on fait une vérification en continuant l'expérience à l'aide des valeurs décroissantes du courant, on obtient des valeurs de la force e. m. différentes des précédentes. La branche de courbe qui en résulte est supérieure à la précédente, et les ordonnées diffèrent de quelques pourcents.

On pourra prendre une valeur moyenne, ou plus simplement s'en tenir à la branche inférieure de la courbe.

La cause de ce fait doit évidemment être cherchée dans l'hystérésis du fer. Si l'on se reporte à la théorie d'Hopkinson, on com-

prendra aisément que cet effet sera d'autant moins sensible qu'on aura des machines à grand entrefer. Pour certains types d'induits à denture, du genre Pacinotti, il peut être nécessaire de conserver les deux branches de courbe sur les épures. Pour toutes les autres, il vaut mieux n'en conserver qu'une.

Pour la différence de potentiels aux balais en circuit fermé, on mesurera le débit dans le circuit extérieur en même temps que la différence de potentiel aux balais et la vitesse. Le courant d'excitation devra être tel que les ampère-tours soient ceux qu'on se propose d'adopter pour la marche normale.

Nous verrons plus loin comment l'inspection de la première courbe seule suffit à fixer les idées à cet égard, de sorte que ce point soit déjà bien établi avant l'expérience qui donne la seconde.

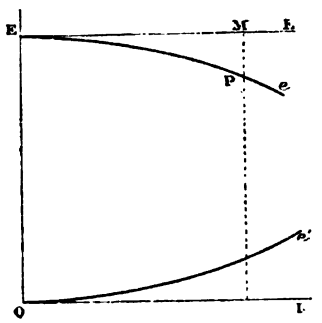


Fig. 130.

Une fois cette entre-courbe obtenue, on la transformera immédiatement en une autre, à l'aide de laquelle les constructions graphiques sont plus aisées.

Soit par exemple (fig. 130) E *e* la courbe obtenue : et soit O E l'ordonnée pour I = *o*, qui doit être égale à celle de la première courbe qui correspond à la valeur de l'excitation choisie.

La différence MP sera la perte en volts que présente la différence de potentiels aux balais en circuit fermé, sur celle qu'on obtient en circuit ouvert.

Nous préférons porter cette perte en ordonnées et opérer sur la courbe O *e'* ainsi déterminée.

Nous l'appellerons *courbe de réaction d'induit*, afin de lui donner un nom, et bien que cette perte en volts dépende non seulement de la réaction magnétique mais aussi de la diminution des spires utiles due au décalage, et de la résistance intérieure de l'induit.

Les figures 131, 132, 133 montrent des exemples de ces courbes, obtenues sur des machines de types différents.

Il importe de bien remarquer que la courbe de réaction d'induit

déterminée sur une génératrice n'est applicable qu'à ce cas seulement. Si la machine devait être employée comme réceptrice, il faudrait la déterminer autrement, et elle serait toute différente.

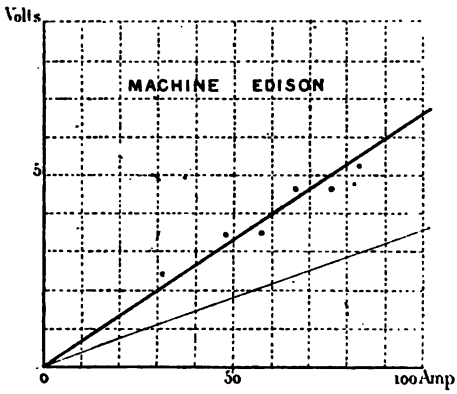


Fig. 131.

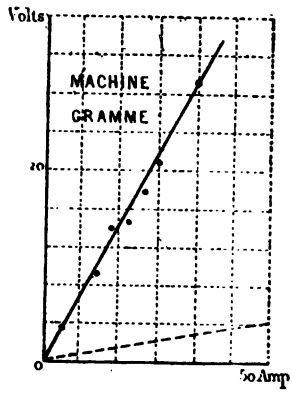


Fig. 132.

Ainsi que le montrent les figures, ces courbes de réaction se réduisent sensiblement à des droites. Les points en sont beaucoup moins bien déterminés que ceux des premières relatives aux forces

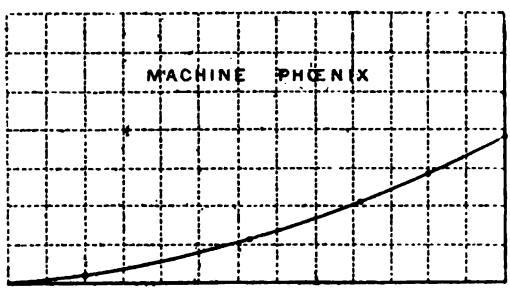


Fig. 133.

e. m. à circuit ouvert : la raison en est facile à saisir. A chaque variation du courant I, l'observateur doit intervenir pour modifier le calage. Or, cette opération laisse toujours une petite incertitude, et introduit un élément personnel qui n'existe pas dans le cas du circuit ouvert.

131. — Si l'on admettait que la ligne est réellement une droite, il en résulterait cette conséquence que la relation $\lambda = \varphi(I)$, qui lie le calage au courant extérieur, serait également linéaire.

En effet : la perte due à la résistance intérieure est rI, donc linéaire en I. La diminution du nombre de spires utilement induites due au décalage donne lieu à une diminution de force e.m. proportionnelle au calage λ. Enfin la force magnéto-motrice de réaction est aussi linéaire en λ.

La perte totale étant reconnue être proportionnelle à I, on a donc, en appelant C C′ C″ des constantes :

$$CI = rI + C'\lambda + C''\lambda$$

et par conséquent

$$\lambda = \frac{C - r}{C' + C''} I = C''' I$$

Cette conclusion pourrait être admise comme représentant une première approximation, et être introduite comme telle dans les calculs dérivant de la théorie d'Hopkinson. Toutes les constantes en sont connues et pourraient être aisément calculées. Mais cette formule ne peut être considérée que comme représentant empiriquement un résultat d'expérience, et ne saurait figurer utilement dans une théorie analytique des machines.

Il est fort possible, en effet, que pour quelque autre forme d'induit, la perte en volts ne soit pas du tout proportionnelle au courant I.

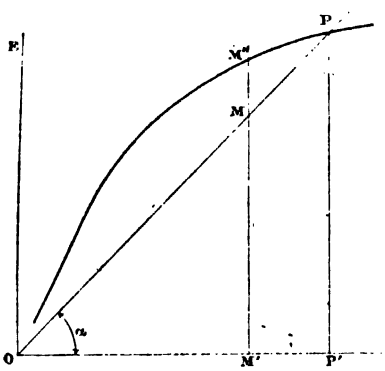


Fig. 134.

Nous conserverons donc à cette droite sa signification de résultat expérimental, à utiliser pour les constructions graphiques ultérieures.

Nous examinerons successivement les machines excitées en dérivation, en série et en double enroulement.

Pour chaque cas, nous chercherons à déterminer le bobinage des inducteurs, la différence de potentiels aux bornes, et les éléments de la régulation lorsqu'il y aura lieu.

132. Machines en dérivation : détermination du bobinage des

inducteurs. — Le courant employé pour l'excitation est pris aux balais de la machine.

Soit O P la courbe des forces e. m. en circuit ouvert pour la vitesse choisie (fig. 134). L'induit ayant été construit en vue de produire une différence de potentiel donnée, 75 volts par exemple, on prendra sur la courbe un point tel que P, correspondant à une valeur un peu plus élevée, soit 80 volts. On joint ce point à l'origine.

Il est facile de voir que la droite O P représente la relation qui lie les ampère-tours dans le circuit excitateur à la différence de potentiel qui existe à ses bornes. Appelons en effet :

r la résistance d'une spire de l'inducteur.
l la longueur de cette spire.
s la section du fil qui la constitue.
ρ la résistance spécifique de ce fil.
i le courant.
n le nombre total des spires.

La tangente trigonométrique de l'angle POP′ a pour valeur

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{PP'}{OP} = \frac{e}{ni}$$

Le courant i est lui-même égal à $\frac{e}{nr}$, de sorte qu'il vient simplement.

$$\operatorname{tg} \alpha = r$$

Chaque ordonnée de la droite OP a donc pour valeur $r \times ni$ que l'on peut écrire $nr \times i$.

La résistance totale des inducteurs est nr, le produit ci-dessus est donc bien égal à la différence de potentiels qui produit les ampère-tours ni correspondants.

Considérons par exemple un point tel que M. La différence de potentiels MM′ produit dans la dérivation des ampère-tours égaux à OM′. Mais avec cette excitation, la force e. m. de la machine est M″M′ plus grande que MM′. Cet état de choses ne peut donc pas subsister : le courant excitateur dû à M″M′ est plus fort que MM′, et la force électro-motrice de la machine doit aller en augmentant.

La limite est évidemment le point P, pour lequel la force e. m.

de la machine est juste égale à celle qui est nécessaire pour produire l'excitation OP'.

La droite OP' définit donc un certain bobinage qui permettra à la machine en circuit extérieur ouvert d'avoir une différence de potentiel aux balais égale à PP'. Pour un bobinage donné, nous appellerons cette droite la *ligne d'amorçage*, le point P définissant la limite supérieure du voltage de la machine s'excitant elle-même.

Mais le bobinage n'est défini que par la résistance r d'un tour de spire, et ne dépend nullement du nombre n de ces tours. L'excitation semble donc ne pas dépendre de ce nombre qui figure cependant dans le produit ni.

En effet, dans ce produit, remplaçons i par $\frac{e}{nr}$, et mettons en évidence les quantités qui constituent la résistance, il vient

$$ni = \frac{ne}{nr} = \frac{e}{\rho\, l}\, s$$

Comme en pratique on emploie toujours le cuivre, et comme, pour une carcasse donnée, la longueur l est à très peu près constante, il en résulte :

1° Que la force e. m. à circuit extérieur ouvert est fonction seulement de la *section* du fil inducteur et nullement de sa longueur ;

2° Qu'à chaque section correspond une seule valeur de la force e. m. et des ampère-tours, pour une vitesse donnée.

La longueur l d'une spire n'est pas rigoureusement constante. Mais le fil est toujours enroulé sous une faible épaisseur, condition nécessaire à son refroidissement, et on peut aisément connaître la longueur de la spire moyenne, pour laquelle la formule est rigoureuse.

Enfin la résistance spécifique du cuivre est connue à 0°. On devra estimer sa température moyenne, qui sera en général de 40° à 50° centigrades au plus, et calculer la valeur de ρ sur cette température.

133. — Une conséquence importante de l'énoncé ci-dessus est la suivante :

On peut toujours obtenir l'auto-excitation d'une machine avec une dépense de courant aussi faible qu'on le voudra. En effet, la section seule du fil étant la condition imposée, on peut lui donner telle résistance et par suite telle longueur qu'on jugera convenables.

Si l'on donne au circuit inducteur une grande résistance, le poids du cuivre et, par suite, le prix de la machine augmenteront.

Mais, par contre, la dépense de courant diminuera, et le rendement sera augmenté.

Il y a donc lieu de faire un choix de la résistance entre des limites étendues.

En pratique, on fait en sorte que le courant d'excitation soit compris entre 2 p. 100 et 8 p. 100 environ du courant total. On pourra généralement se tenir vers 5 p. 100 ou au-dessous pour les machines à entrefer plutôt faible, ou dans lesquelles le circuit magnétique ne contient que peu de fonte. Dans le cas contraire, on se tiendra entre 5 p. 100 et 8 p. 100 environ. Ces limites peuvent d'ailleurs varier selon les circonstances et leur choix est toujours subordonné à l'appréciation des conditions dans lesquelles on se trouve.

134. — On peut maintenant se proposer de voir sur les épures si le fil choisi est convenable, et correspond à une bonne utilisation de la carcasse.

De ce fait qu'à chaque valeur des ampère-tours correspond une seule force électromotrice et une seule section de fil à employer, il en résulte que l'on doit pouvoir sur l'épure des forces e. m. à circuit ouvert tracer une courbe dont les abscisses seront toujours les ampère-tours et dont les ordonnées seront proportionnelles aux sections du fil.

A l'aide d'une double échelle des ordonnées (échelle en volts et échelle en mm. carrés), on lira donc, sur une même ordonnée, la section du fil nécessaire pour obtenir les ampère-tours définis par l'abscisse, et la force e. m. correspondante.

Le tracé de cette courbe est facile. Sur l'épure (fig. 135) menons une droite quelconque telle que O P, et abaissons PP'. A partir de P' portons à droite une longueur P'H supposée égale à $\rho\lambda$, et qui est la même pour tous les points.

De H menons une perpendiculaire à OP. Cette ligne coupera l'ordonnée PP′ en un point S et P′S est l'ordonnée cherchée.

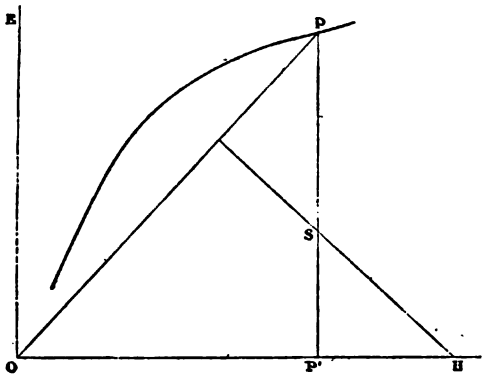


Fig. 135.

En effet : les triangles semblables P′SH et POP′ donnent :

$$P'S = OP \frac{P'H}{PP'}$$

ou :

$$P'S = (ni) \frac{\rho}{e} l$$

relation identique à celle qui donne s.

On voit que ce graphique est très simple, puisqu'il se réduit au tracé d'une seule ligne pour chaque point obtenu.

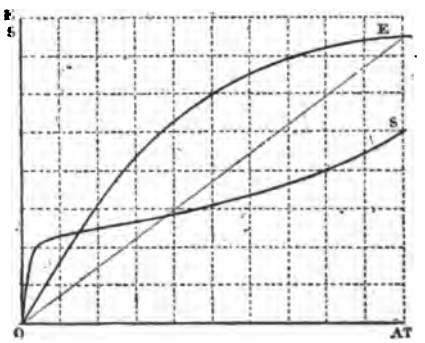


Fig. 136.

L'ensemble des points S ainsi obtenus formera la *courbe des sections.*

La figure 136 représente le tracé de cette courbe pour une

machine Edison française de 240 ampères sous 110 volts, et en indique l'allure qui est à peu près générale pour toutes les machines.

L'inspection de la figure montre que, après la région à grande courbure de la caractéristique, on ne gagne plus presque rien en volts en augmentant beaucoup la section. L'étude plus approfondie nous montrera en quelle région de la courbe il convient de s'arrêter pour le choix du fil et de la force e. m.

135. Influence de la vitesse. — Comme la caractéristique varie avec la vitesse, il sera possible de se représenter ce qu'on obtient à une vitesse variable d'un bobinage donné.

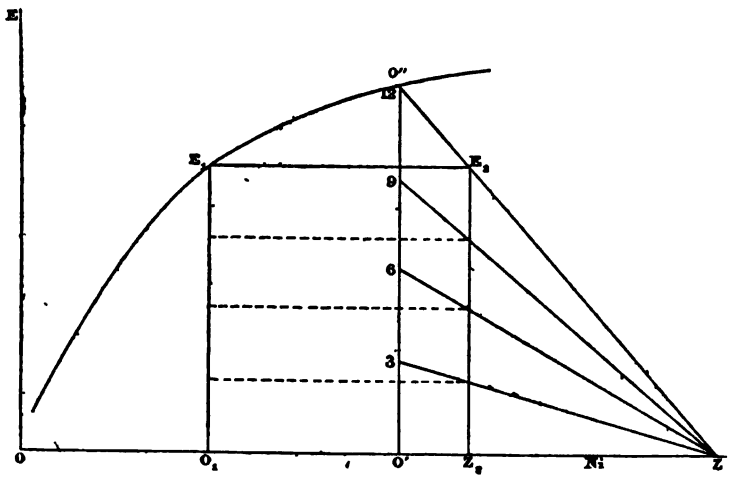


Fig. 137.

L'épure ainsi obtenue permettra de se rendre compte de ce qu'on pourrait gagner à varier la vitesse de la machine. Elle permettra aussi de voir comment la machine s'amorce aux différentes allures.

On tracera le faisceau de courbes qui représentent les forces e. m. à circuit ouvert pour différentes vitesses. Ce faisceau s'obtient par réduction ou augmentation proportionnelle des ordonnées de l'une d'entre elles.

Le procédé graphique suivant est le plus simple et le plus rapide pour faire ce tracé :

Soit O — 12 (fig. 137) la courbe tracée par une vitesse de 200 tours par exemple. On trace vers l'extrémité une droite O'O'',

et sur l'axe horizontal, on prend un pôle Z choisi à volonté, mais assez éloigné de O'.

Supposons qu'on veuille obtenir les courbes relatives aux vitesses 300 — 600 — 900 tours. On divise O' — 12 en quatre parties égales par les points 3 — 6 — 9, que l'on joint au pôle Z. Soit alors $O_1 E_1$ une ordonnée quelconque, on trace $E_1 E_2$ parallèle à O Z et on abaisse $E_2 Z_2$ qui coupe le faisceau en trois points qu'il suffit de reporter sur $O_1 E_1$. On obtient ainsi les trois ordon-

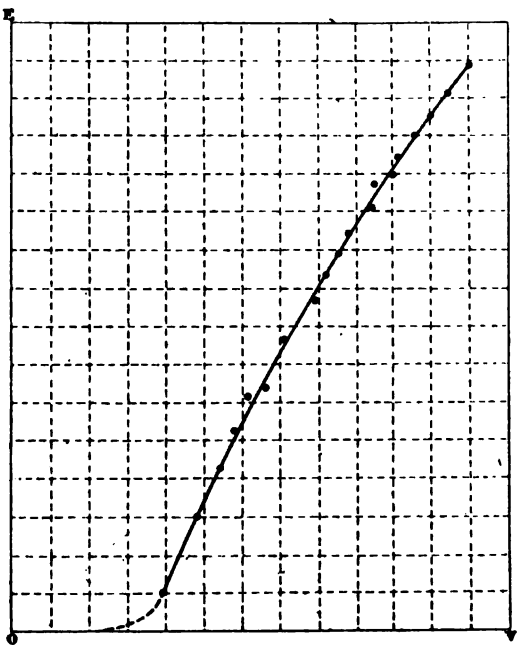


Fig. 138.

nées correspondant à l'abscisse O O_1. On peut donc tracer rapidement le faisceau de courbes.

La droite O P définit un certain bobinage des inducteurs. Elle coupe les courbes en des points P'' P' P, et les ordonnées correspondant à chacun de ces points donnent la force e. m. pour chacune des vitesses.

On voit de suite que pour les vitesses inférieures à une certaine limite, on n'obtient presque rien.

On se rend encore mieux compte de l'allure du phénomène en portant sur une épure spéciale, les vitesses en abscisses et les

forces e. m. en ordonnées. La figure 138 représente une courbe ainsi obtenue, et qui a été vérifiée par l'expérience.

La courbe rase d'abord l'axe des vitesses, puis se relève brusquement en offrant une légère concavité vers cet axe. Elle tend vers la limite de simple proportionnalité avec la vitesse ou, en d'autres termes, elle a pour asymptote une droite passant par l'origine.

Le point à partir duquel la courbe se relève brusquement définit une certaine vitesse qui a été dénommée *vitesse critique*. Quelques inventeurs ont fondé sur la considération de cette vitesse des procédés d'auto-régulation qui n'ont pas reçu la sanction de l'expérience. Mais ce point particulier mérite un certain développement pour lequel il est nécessaire d'entrer plus avant dans l'étude des conditions d'amorçage.

136. Amorçage. — La vitesse critique est un terme qui semble plutôt symboliser le changement brusque que subit la courbe que définir une certaine vitesse précise constituant une limite finie au-dessous de laquelle il n'y aurait aucune force e. m. induite. Nous avons en effet indiqué en pointillé sur la figure un raccordement avec l'origine, raccordement qu'on obtient dans la mesure.

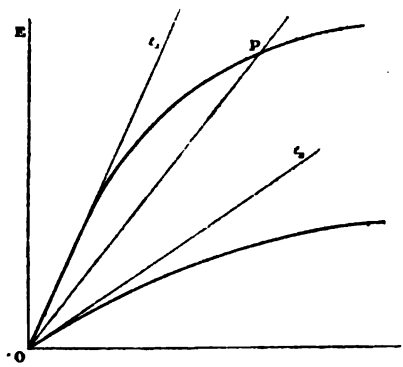


Fig. 139.

La vitesse critique telle que nous venons de la définir est cependant bien déterminée.

Supposons, en effet, que les matériaux qui constituent la machine soient absolument doux, c'est-à-dire doués d'une élasticité magnétique absolue qui leur permette de revenir à l'état exactement neutre après avoir été aimantés.

Si cela était, les caractéristiques pour les différentes vitesses passeraient toutes par l'origine des coordonnées. Considérons deux d'entre elles, et traçons (fig. 139) leurs tangentes à l'origine O t_1 et O t_2 ainsi que la droite O P qui définit un bobinage d'excitation donné.

On voit de suite que pour toutes les vitesses telles que la tan-

gente à l'origine de la caractéristique sera situé en dessous de O P, il ne peut y avoir aucune force e. m. induite.

Pour la vitesse telle que O P se confond avec la tangente à l'origine, on arrive au cas limite, c'est-à-dire à la « *vitesse critique* ».

Pour une valeur un peu supérieure, il y a une force e. m. induite, et elle augmente d'abord rapidement parce que la portion de la caractéristique voisine de l'origine est sensiblement rectiligne et que, dès lors, dès qu'en tournant autour du point O (en augmentant la vitesse), elle dépasse O P, l'intersection avec O P se fait de suite dans une région voisine de la courbure.

Il y a donc bien une vitesse critique, lorsqu'on suppose le fer doué d'une douceur complète.

On peut aller plus loin, et voir que cette vitesse ne dépend, pour un induit donné, que de deux éléments : le bobinage d'excitation et les dimensions de l'entrefer.

En se rapportant à la théorie d'Hopkinson, on reconnaît en effet que la tangente à l'origine de la caractéristique est précisément la droite qui par sa position définit les dimensions de l'entrefer de la carcasse magnétique considérée. La relation entre ces deux éléments est donc immédiate et évidente.

Nous y trouvons de suite la raison pour laquelle les constructeurs ont trouvé des difficultés à faire des machines dynamo-électriques de petite puissance : celles-ci ne pouvaient pas s'amorcer avec les vitesses qu'elles pouvaient supporter.

Pour pouvoir loger le fil induit, il fallait nécessairement employer un entrefer notable. Celui-ci, faible en valeur absolue, se trouvait énorme par rapport aux dimensions de la machine.

137. — Le professeur S. Thompson a indiqué la relation qui lie les diverses quantités qui influent sur l'amorçage.

Appelant :

n Le nombre de tours par seconde.
N_a Le nombre de spires en série sur l'induit.
N_e Le nombre de spires du circuit inducteur.
F Le flux utile.
R_e La résistance totale du circuit électrique.
R_m La résistance totale du circuit magnétique.
i Le courant.
e La force électromotrice.

il remarque que l'on a

$$e = 4FN_e n$$

et comme $R_e i = e$, on en tire

$$R_e = \frac{4FN_e n}{i} \qquad (1)$$

D'autre part, le circuit magnétique donne

$$R_m F = 4\pi N_e i \qquad (2)$$

Ces deux équations multipliées membre à membre donnent

$$R_e R_m = \pi N_e N_e n$$

que l'on peut mettre sous la forme

$$n = \frac{R_e R_m}{\pi N_e N_e}$$

L'équation est applicable aux machines en série pourvu que R_e soit la résistance totale du circuit. Elle s'applique aussi aux machines en dérivation à circuit extérieur ouvert, qui dans ces conditions fonctionnent évidemment comme machines en série. Dans ce dernier cas, la résistance de l'induit étant toujours négligeable devant celle des inducteurs, R_e peut représenter celle des derniers seulement.

138. — Les considérations que nous venons de développer relativement à l'amorçage conduisent encore à une connaissance intéressante qui est celle de l'allure d'une machine qui serait construite sans fer.

La caractéristique se réduisant dans ce cas à une droite, on voit de suite ce qui peut arriver. A une vitesse inférieure à une vitesse critique, il ne peut y avoir aucune force e. m. induite. A une vitesse supérieure, la force e. m. doit croître très rapidement sans limite, puisqu'il ne peut y avoir intersection de la ligne d'amorçage et de la caractéristique.

Enfin pour la vitesse critique elle-même, il y a indétermination, la machine est en équilibre à n'importe quel régime, mais cet équilibre est instable.

On ne peut donc songer en aucune manière à employer de telles machines au moins en auto-excitation.

Le fer et ses composés ne jouissent pas de l'élasticité magnétique parfaite que nous avons supposée exister pour la détermination de la vitesse critique.

Il y a donc toujours un certain magnétisme rémanent, tel que, même à circuit excitateur ouvert, on observe une force e. m. induite à n'importe quelle allure.

En dessous de la vitesse critique, la machine fonctionne comme si elle était sous l'influence d'une excitation extérieure faible, c'est-à-dire comme une machine magnéto-électrique.

La partie voisine de l'origine de la courbe de la figure 138 est donc une droite faiblement inclinée sur l'origine.

Le magnétisme rémanent est en réalité la propriété précieuse qui permet aux machines de s'amorcer d'elles-mêmes après une première excitation faite par une source extérieure.

Sa grandeur dépend beaucoup de la qualité des matériaux employés. Il est plus fort dans les machines où la fonte entre pour une forte proportion, et plus faible dans celles dont l'inducteur est presque entièrement en fer. Mais, même avec les qualités les plus douces, il est suffisant pour que l'amorçage soit toujours assuré.

139. Différence de potentiels aux balais en fonction du courant. — Cette donnée du fonctionnement des machines en dérivation est de la plus grande importance. Elle s'obtient en se servant des deux courbes de caractéristique en circuit ouvert et de réaction d'induit.

Lorsque le circuit est fermé, la différence de potentiels aux balais n'est plus égale à la force e. m. de la machine. La résistance intérieure et les diverses réactions du calage absorbent une portion RI des volts, et on aurait comme première approximation de la différence cherchée :

$$e - \varepsilon = \mathrm{RI}$$

Mais de plus, la dérivation qui forme le circuit d'excitation étant prise aux balais est due, non plus à e, mais au chiffre plus faible ε, de sorte que le courant est, au lieu de $i = \frac{e}{r}$ devenu au plus égal à $i_1 = \frac{\varepsilon}{r}$, r désignant la résistance du circuit excitateur.

De là résulte un nouvel abaissement de la force électromotrice, puisque les ampère-tours ont diminué.

Les deux actions réagissent donc mutuellement jusqu'à une certaine limite qu'il s'agit de déterminer.

Pour ce faire, nous reproduirons le raisonnement que nous venons de faire, en l'appliquant aux tracés graphiques.

Sur un système d'axes O E, O I, O*i*, traçons : à droite, la caractéristique à circuit ouvert, à gauche, la courbe de réaction d'induit. Les ordonnées sont en volts pour les deux : les abscisses sont en ampères de l'excitation pour la première, en ampères de

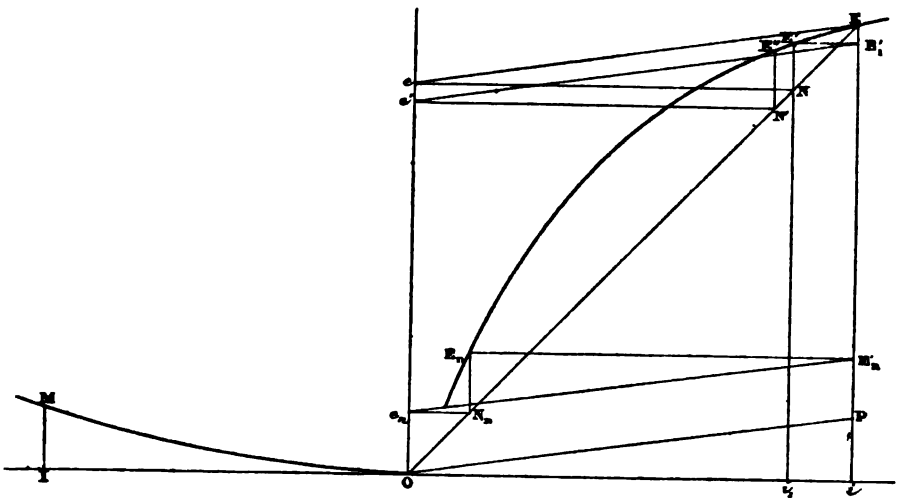


Fig. 140.

courant total pour la seconde. Menons la ligne d'amorçage O E. La force e. m. en circuit ouvert est E*i*.

Sur cette ligne, portons *i*P égal à RI, c'est-à-dire aux volts absorbés dans l'induit pour un certain courant I. Joignons P O et menons lui une parallèle E*e* passant par E. La force e. m. de première approximation est évidemment O*e*. Traçons *e*N horizontale : elle coupe O E en N, et *e*N = O*i'* serait à son tour la valeur de première approximation de l'excitation réduite. En même temps, E'*i'* serait la valeur de la force e. m. de deuxième approximation.

Pour obtenir les approximations supérieures, il faut recommen-

cer la même construction et, pour cela, par E_1', mener E'_1e' parallèle à Ee, puis $e'N'$ horizontale, puis $N'E''$ et ainsi de suite.

Il est facile de voir qu'en continuant de la sorte on arrive à une limite. On peut arriver, en effet, à un point E_n tel qu'en répétant la construction $E'n'e_n$ N_nE_n on retombe sur le même point E_n. Quelle est la condition pour que cette limite soit atteinte? C'est évidemment que la portion d'ordonnée E_nN_n interceptée entre la droite et la courbe soit égale précisément aux volts absorbés Pi. En effet :

$$Oe_n + N_nE_n = iE'_n = iP + PE'_n$$

Or, comme $Oe_n = PE'_n$ il en résulte $N_nE_n = Pi$, ce qui justifie bien l'énoncé.

Cette conclusion nous amène de suite à une construction gra-

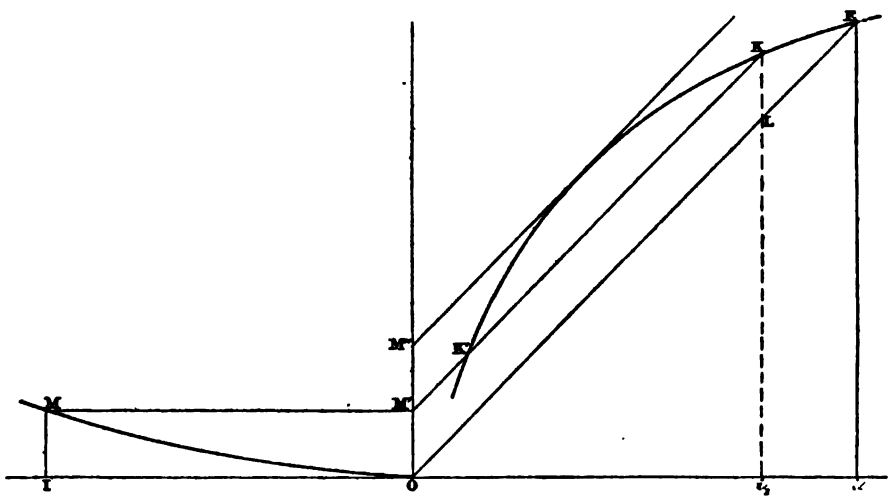


Fig. 141.

phique beaucoup plus simple et immédiate (fig. 141). Pour trouver la différence de potentiels correspondant au courant I, il suffit de reporter IM en OM' et par M' de mener une parallèle à la ligne d'amorçage OE.

Soit K, le point de rencontre : Ki_1 est la nouvelle force électromotrice et Li_1 est la différence de potentiels aux balais.

140. — La construction est à répéter pour tous les points I. Elle donne lieu à une remarque importante.

La droite M′K′K coupe la courbe en deux points K et K′. Il y a donc deux états de la machine compatibles avec le courant I, états caractérisés par les forces e. m. K et K′.

De plus, pour une certaine valeur O M″ des volts absorbés dans l'induit, la ligne devient tangente à la courbe.

La valeur de I correspondante est donc une limite supérieure du courant, que la machine ne saurait en aucun cas dépasser.

Quand même à partir de ce point, on diminuerait indéfiniment

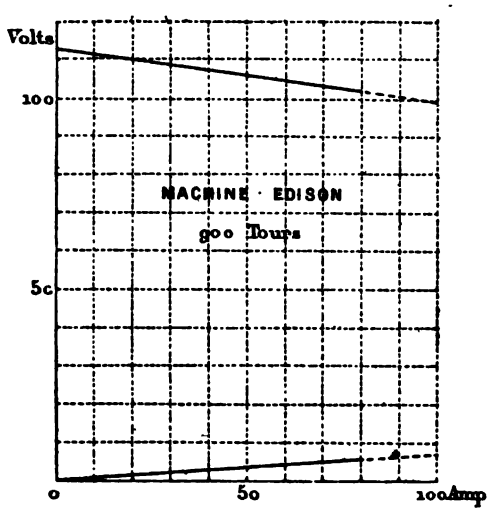


Fig. 142.

la résistance, le courant, au lieu d'augmenter, irait en s'affaiblissant indéfiniment. A la limite, la machine étant mise en court circuit est désamorcée et incapable de se réamorcer, aucune différence de potentiel ne pouvant s'établir aux extrémités du fil de la dérivation.

La construction par points des courbes de force e. m. et de différence de potentiels aux balais en fonction de I est facile à faire sur la gauche des figures.

Les figures 142, 143, 144 représentent les résultats de la détermination graphique de cette différence de potentiels aux balais pour

les machines dont nous avons donné plus haut les autres éléments.

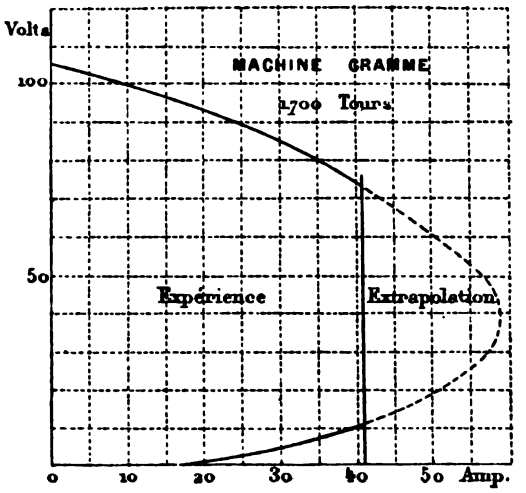


Fig. 143.

On remarque que le courant limite est plus ou moins éloigné

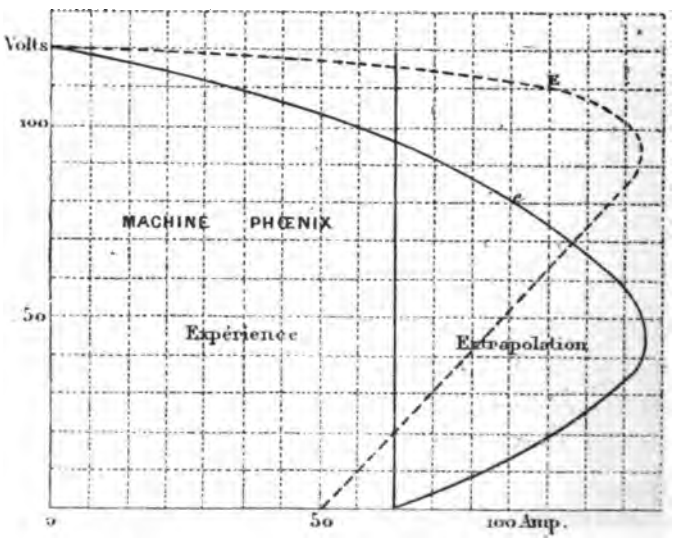


Fig. 144.

en valeur du courant maximum normal. On voit qu'il est extrêmement supérieur dans la machine Edison française dont l'induit est

à tambour, et assez rapproché au contraire pour la machine Gramme et la machine Phœnix.

La première de celles-ci possède l'anneau ordinaire et la seconde un anneau denté.

Les extrapolations ont été faites en supposant que la courbe de réaction d'induit conserve la même allure au delà de la partie expérimentée.

La réaction d'induit est toujours plus forte dans les induits en anneau que dans ceux en tambour. Elle serait la plus faible dans une machine à disque.

Les machines Gramme et Phœnix étaient munies d'un enroulement excitateur double. Le fil fin seul était utilisé dans les expériences qui ont permis d'établir les courbes ci-dessus. La machine Edison n'avait qu'un simple enroulement en dérivation.

Il est à peine utile d'indiquer que la branche inférieure de la courbe n'est jamais utilisée en pratique. Elle correspondrait à une utilisation déplorable de la machine.

141. Hyperboles de puissance. — L'épure sur laquelle figure la différence de potentiel aux balais en fonction du courant principal peut être avantageusement complétée par le tracé des hyperboles de puissance.

Le produit des deux coordonnées d'un point donne la valeur eI de la puissance dépensée dans le circuit extérieur. Si l'on pose eI = constante, la courbe représentative sera évidemment une branche d'hyperbole équilatère rapportée aux axes.

Une série de courbes tracées, par exemple, de 1,000 en 1,000 watts, ou de cheval-vapeur en cheval-vapeur, coupera en divers points les courbes électriques et permettra de voir d'un coup d'œil la puissance disponible correspondant à une allure quelconque de la machine.

142. Réglage des machines en dérivation. — Les machines en dérivation sont particulièrement employées pour les applications où le courant est variable, où la différence de potentiels doit être maintenue constante. Elles sont donc presque toujours pourvues d'un moyen de réglage de la force électromotrice qui agit toujours sur l'excitation.

L'excitation étant une fonction simple des ampère-tours $n\ i$, le réglage peut porter sur chacun de ces deux éléments, ou sur les deux à la fois. De là trois procédés à examiner.

Le plus souvent le problème se présentera sous cette forme : faire varier suivant une loi imposée *a priori* la force e. m. d'une dynamo dont la vitesse est maintenue constante.

Réglage par le courant. — La variation du courant excitateur s'obtiendra en intercalant dans le circuit une résistance convenablement subdivisée. La valeur des différentes parties de cette résistance pourra se déterminer comme suit:

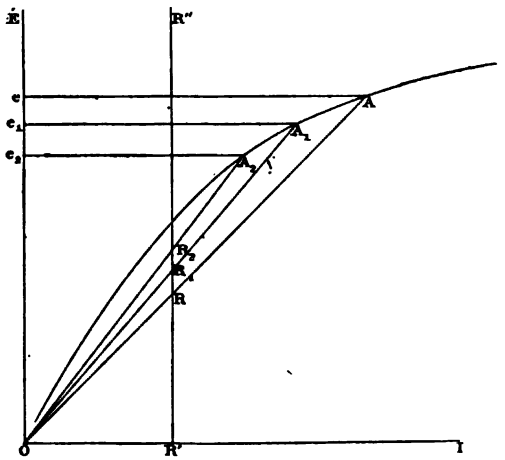


Fig. 145.

Sur l'épure des forces e. m. figure 145, on portera O e, O e_1 O e_2 etc, longueurs égales aux valeurs successives que doit prendre la force e. m. et qui auront été déterminées d'après la loi imposée. De là les points A A_1 A_2 de la courbe. Joignant tous ces points à l'origine, on obtient un faisceau de droites rayonnantes. Au point R' tel que O R' = 1 ampère, on élève une verticale qui les coupe toutes, en R R_1 R_2.

Les longueurs R' R, R' R_1, R' R_2 sont alors les résistances totales que doit posséder successivement le circuit excitateur. Le fil enroulé sur les électros ayant R' R par exemple, les intervalles R R_1, R_1 R_2, etc. donneront les valeurs des subdivisions à intercaler successivement en circuit pour abaisser la force e. m. suivant la loi qu'on s'était imposée.

143. Réglage par le nombre de spires. — Le réglage peut encore se faire sans changer le courant, mais en changeant le nombre de spires. Il suffit pour cela d'inverser le sens dans lequel un nombre variable d'entre elles est parcouru. La résistance totale restera évidemment la même, et le courant variera peu. Ce mode de réglage, quoique possible, n'est presque jamais employé, et n'en connait guère d'autre exemple que celui de l'application qu'en a faite M. Sprague à ses moteurs.

Les éléments en seraient facilement déterminés en partant toujours des même courbes que précédemment.

144. Réglage mixte. — On pourrait encore tenter de régler la force e. m. en mettant en court circuit un certain nombre de spires inductrices.

Mais on a vu précédemment que le résultat de cette opération serait nul pour une machine excitée en dérivation. La diminution obtenue sur le nombre de spires serait en effet compensée par l'augmentation du courant provenant de la diminution de la résistance. Ce mode de réglage n'est donc pas non plus applicable.

L'emploi d'un rhéostat est donc le seul mode pratique de régler la force e. m. d'une machine en dérivation. C'est d'ailleurs celui auquel on a recours d'une manière exclusive.

145. Machines excitées en série. — Ces machines sont aujourd'hui le plus souvent employées comme machines à régime fixe. On les définit par leur courant de régime normal et la différence de potentiels aux bornes qui servent d'attache au circuit extérieur.

Nous allons chercher à déterminer le bobinage d'inducteurs qui convient pour une force e. m. et un courant donnés. La carcasse est naturellement supposée construite, et les courbes déterminées comme précédemment.

Appelons :

E La force électromotrice.
e La différence de potentiels aux balais.
ε La différence de potentiels aux bornes.
I Le courant normal.

La courbe des forces e. m. à la vitesse choisie est tracée

(fig. 146) en fonction des ampère-tours. Mais comme le courant I est connu, on peut diviser l'axe des abscisses directement en fonction du nombre de tours.

La quantité donnée avec I est $\varepsilon = E - e$.

Comme le courant est constant, on pourra admettre que la réaction d'induit est constante. Ceci n'est pas vrai rigoureusement.

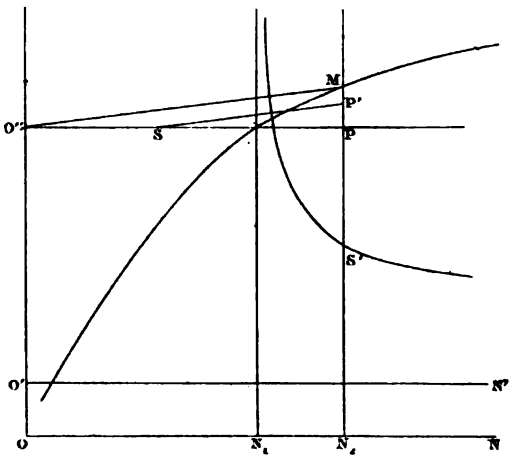


Fig. 146.

car elle dépend dans une certaine mesure de l'excitation : mais cette hypothèse est admissible pour des excitations peu différentes.

Traçons donc une horizontale O′ N′ à une distance OO′ égale à la valeur de la réaction d'induit.

Traçons maintenant une autre ligne O″ P parallèle aux précédentes, et telle que O′ O″ soit égale à ε, différence de potentiels qu'on veut obtenir aux bornes.

Il est évident tout d'abord que cette différence de potentiels ne peut pas être obtenue avec un nombre de tours moindre que ON, car à partir de ce nombre seulement la force e. m. est égale à la somme de la réaction d'induit et de la différence exigée. Encore ce point est-il limite, car il ne laisse rien à dépenser pour l'excitation, ce qui suppose au circuit de celle-ci une résistance nulle.

Or on a :

$$e - \varepsilon = RI$$

R étant la résistance du fil d'excitation, on a aussi :

$$R = \rho \frac{\pi D N}{s}$$

D diamètre moyen d'enroulement et s section du fil excitateur.

On en tire :

$$e - \varepsilon = \rho \pi D \frac{N}{s} I$$

Or, pour tout point tel que M, la portion MP d'ordonnée comprise entre la courbe et la droite O″ P est précisément égale à $e - \varepsilon$; par suite cette ligne MP est proportionnelle à $\frac{N}{s}$.

D'autre part, O N_1 est égal à N. Il est donc facile de construire graphiquement s.

Du point P portons PP′ représentant la section unité. Par P menons P′S parallèle à MO″, et nous aurons :

$$\frac{PS}{PP'} = \frac{N}{\frac{N}{s}}$$

D'où

$$s = PS$$

On peut reporter cette longueur sur l'ordonnée de N_1, en N_1 S′. En joignant tous les points S′ ainsi déterminés, on obtient une courbe continue qui est encore une ligne des sections.

Ainsi, pour une différence de potentiels donnée à obtenir aux balais, il y a une infinité de systèmes de valeurs de la longueur et de la section du fil inducteur qui satisfont au problème. L'épure obtenue donne les longueurs en abscisses, les sections en ordonnées de la courbe S′ et les volts perdus dans l'inducteur en fonction des portions d'ordonnée telles que MP.

La construction indiquée suppose que le diamètre moyen d'enroulement ne varie pas ou très peu.

Le poids de cuivre est proportionnel au produit des quantités telles que $ON_1 \times N_1 S'$; il est évidemment susceptible d'un minimum.

Si ce minimum correspond à une valeur assez faible des volts absorbés dans l'inducteur, ce sera évidemment la meilleure valeur à adopter.

La courbe des poids de cuivre serait très facile à tracer sur la

même épure. On ne l'a pas indiquée pour ne pas compliquer la figure. Celle du rendement électrique dont l'expression est $\frac{\varepsilon}{E}$ le serait également ; ces constructions sont si simples qu'il n'y a pas lieu d'insister sur ce point.

On peut ainsi réunir sur une même figure tous les éléments dont l'appréciation permet de choisir en toute connaissance de cause le bobinage convenable pour l'excitation.

146. Différence de potentiels aux bornes. — La différence de potentiel aux bornes d'une machine en série est susceptible d'un maximum, correspondant à un certain courant. Pour toutes les valeurs supérieures, elle est plus faible, malgré l'augmentation d'excitation.

La différence de potentiels aux balais elle-même présente le même phénomène. On reconnaît (fig. 147) que ce maximum se

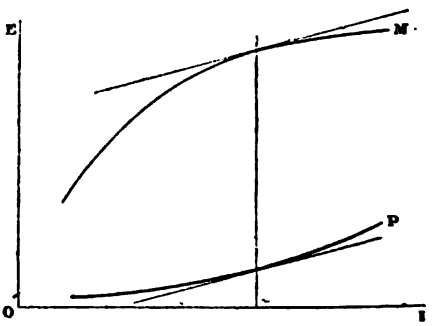


Fig. 147.

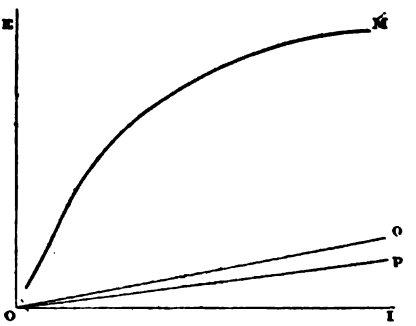


Fig. 148.

produit aux balais au moment où la courbe des forces e. m. et celle de la réaction d'induit ont la même inclinaison, c'est-à-dire leurs tangentes parallèles.

Il est facile à l'aide des deux courbes fondamentales d'obtenir la différence de potentiels aux bornes.

La différence aux balais s'obtient en retranchant les ordonnées de OP de celles de OM.

Les volts perdus dans les inducteurs sont r I, proportionnels à I. On peut les représenter par les ordonnées d'une certaine droite O Q convenablement inclinée sur l'origine (fig. 148).

La perte en volts intérieure totale de la machine serait donc représentée par une courbe ayant pour ordonnées la somme de celles de OP et OQ. La courbure de cette ligne est différente de celle de OP seule : il en résulte que le maximum de la différence de potentiels sera atteint plus tôt aux bornes qu'aux balais, et cela d'autant plus que les inducteurs sont plus résistants.

Ainsi, à l'aide des courbes fondamentales, on peut faire un choix raisonné du bobinage d'excitation. Celui-ci obtenu, on pourra tracer la ligne OP, et en déduire la marche de la machine en auto-excitation.

Enfin, si la machine doit être employée sur une ligne assez résistante, on pourra encore, de la même manière, obtenir la représentation graphique de la différence de potentiels au bout de cette ligne.

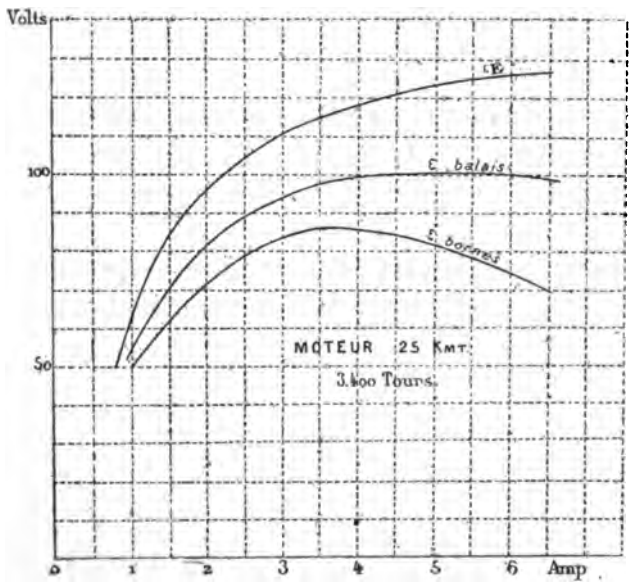


Fig. 149.

La figure 149 indique la force e. m. et la différence de potentiels aux balais et aux bornes d'une petite machine établie par l'auteur.

147. Machines à double enroulement. — Les nécessités des sys-

tèmes de distribution en dérivation ont conduit à la recherche de machines pour lesquelles la différence de potentiels soit constante et indépendante du courant produit.

Le résultat a été obtenu à l'aide des machines à double enroulement, dites « compound ». Elles permettent même de faire varier la différence de potentiels suivant une loi simple donnée, comme, par exemple, de l'obtenir plus forte à mesure que le débit augmente, ce qui pourra être nécessaire si l'on veut avoir les volts constants à l'extrémité d'une ligne un peu longue.

Le principe de ces machines consiste donc à pourvoir les inducteurs de deux enroulements, que l'on peut utiliser de différentes manières.

On peut, par exemple, exciter :

— par source indépendante et dérivation
— par source indépendante et série
— par série et dérivation à la fois.

Le dernier mode est aujourd'hui à peu près seul employé : nous l'examinerons avec plus de détail, après avoir simplement indiqué les éléments de l'étude graphique des autres modes.

148. Excitation par source indépendante et dérivation. — L'effet d'une excitation auxiliaire indépendante est de déplacer l'axe des

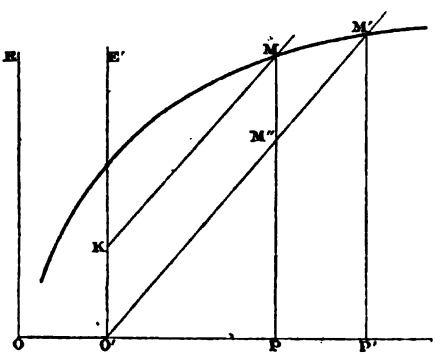


Fig. 150.

forces e. m. vers la droite (fig. 150). Elle fait exactement le même effet qu'un magnétisme rémanent très intense.

Soit O O' les ampère-tours correspondant à cette excitation, O'E'

sera le nouvel axe des forces e. m. Soit enfin O′ M′ la ligne qui représente le circuit dérivé d'excitation, elle coupe la courbe en M′ et M′ P′ est la force e. m. en circuit ouvert de la machine considérée.

Pour obtenir la différence de potentiels aux balais, la construction resterait la même que pour les machines en simple dérivation. En portant en O′K les volts de réaction d'induit et menant K M parallèle à O′ M′, on aurait en M P la force e. m. et M″ P la différence de potentiels aux balais correspondant au courant considéré.

On voit donc que tout revient, en somme, à faire travailler la machine avec des valeurs de champ plus élevées que sous l'influence de la dérivation seule. Il en résultera certainement que les volts s'abaisseront moins vite avec la charge que si la machine était dépourvue de l'excitation auxiliaire.

Mais ce serait une grande erreur que d'attribuer, comme on le fait souvent, cette propriété avantageuse au double enroulement. Elle vient de la forme de la caractéristique, qui dépend elle-même des propriétés magnétiques des matériaux. Le double enroulement est un moyen, mais non le seul, de faire travailler la machine dans la région avantageuse d'excitation.

Par exemple, dans le cas présent, une machine en simple dérivation, ayant un bobinage d'excitation défini par O M′, donnerait même force e. m. en circuit ouvert. En charge, les résultats seraient même un peu supérieurs à ceux du double enroulement considéré, ainsi qu'on le verrait aisément en faisant le tracé. La machine ne contiendrait pas plus de cuivre, et serait plus simple puisqu'il ne serait pas nécessaire de recourir à une source auxiliaire.

149. Excitation par source indépendante et courant principal. — Par ce mode d'excitation, les propriétés de la machine diffèrent assez peu de celles qu'aurait la machine à excitation simple.

Soit en effet O E la caractéristique, et O R la réaction d'induit (fig. 151). En excitation simple la différence de potentiels aux balais serait représentée par la courbe O e_0, ayant son maximum sur l'ordonnée du point P.

Si l'on fait une excitation auxiliaire par O O′ ampère-tours. l'axe est reporté en O′ M. La courbe O R est à reporter en O′ R′ : sa courbure étant très faible, on pourra considérer qu'elle est la même auxpoints c et c'.

La nouvelle courbe de la différence de potentiels aux balais

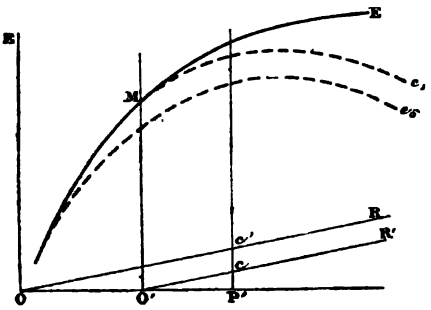


Fig. 151.

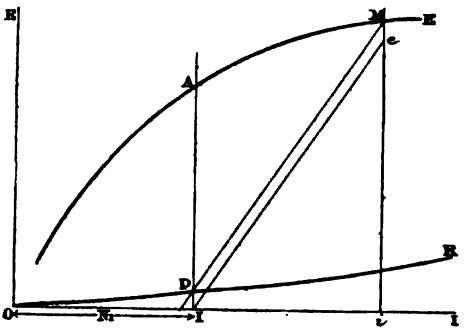


Fig 152.

serait M e_1, qui aurait encore son maximum sur l'ordonnée de P, et qui ne différerait de O e_0 que par une différence positive constante.

Comme cas particulier, on voit que si l'excitation indépendante était élevée et atteignait la valeur O P, la différence de potentiels aux balais irait constamment en s'abaissant, malgré l'excitation croissante. On se trouverait dans de mauvaises conditions de fonctionnement.

Ce simple aperçu des propriétés de ce genre de double enroulement suffit à expliquer pourquoi il n'est pas usité. Il n'offre pratiquement aucun avantage, et il n'en ressort aucune propriété nouvelle de la dynamo.

150. Excitation par série et dérivation. — Ce dernier mode d'excitation est extrêmement répandu.

Cherchons à tracer la différence de potentiels aux balais pour une machine ainsi excitée. Considérons d'abord la machine comme excitée en série.

Soit O E (fig. 152) la caractéristique à la vitesse choisie rapportée aux ampères I dans le circuit principal. Soit O R la courbe de réaction d'induit aussi rapportée aux ampères du circuit principal.

Un courant mesuré par O I donne une force e. m. égale à I A. Cette ordonnée coupe O R en un point P, et P A est la différence de potentiels aux balais qui en résulterait. C'est elle qui donne naissance au courant dérivé d'excitation.

Par suite, si de P nous pouvions tracer une certaine droite P M, dont l'inclinaison représenterait la résistance de la dérivation, M i serait la force e. m. et e i la différence de potentiels aux balais.

Mais cette droite ne peut pas être tracée immédiatement, puisque les abscisses sont divisées en ampères du circuit principal.

Il est cependant facile de la tracer, en remarquant que les nombres de tours N et n des fils en série et dérivation sont connus par hypothèse ; et, qu'à excitation égale, on a

$$ni = \mathrm{NI}$$

Cette égalité peut s'interpréter ainsi : 1 ampère dans la dérivation produit la même excitation que $\frac{n}{\mathrm{N}}$ ampères du circuit principal. Par suite, il sera mesuré par une longueur d'abscisse $\frac{n}{\mathrm{N}}$ fois plus grande qu'un ampère du circuit en série.

En d'autres termes, si l'échelle des intensités correspond à 10^{mm} par ampère du circuit principal, et si $\frac{n}{\mathrm{N}}$ est égal à 20, il faudra prendre 200^{mm} pour représenter un ampère dans la dérivation.

On peut donc tracer la ligne P M, et M e est la différence de potentiels correspondant au courant principal O I.

Il sera donc facile d'obtenir la représentation graphique qu'on s'est proposée, en répétant la construction pour tous les courants.

151. — Le problème ainsi présenté analytiquement, on peut aisément le traiter synthétiquement, en vue de déterminer les enroulements convenables, et, en particulier, celui qui procure une différence constante de potentiels aux balais.

Mais d'abord se pose cette question : est-il possible d'obtenir rigoureusement constante cette différence ?

L'épure montre que cela ne serait possible avec une rigueur mathématique que si les deux courbes A E et O R, c'est-à-dire, les deux courbes fondamentales, étaient parallèles entre elles dans toute la région utilisée.

Or, O R est généralement, comme on l'a vu, à peu près rectiligne, ou présente une faible convexité vers l'axe des abscisses. L'autre courbe A M, est aussi à peu près rectiligne à partir d'un certain point, mais avec une concavité vers l'axe des abscisses.

Par suite, on ne peut espérer résoudre le problème que par approximation; mais, grâce à la faiblesse des courbures, la valeur obtenue ne différera jamais beaucoup du résultat moyen, et le problème pourra être résolu avec une approximation industrielle suffisante.

Il faut donc déterminer les bobinages les plus convenables à cet effet.

Ayant la caractéristique de la machine en circuit ouvert, on prendra sur elle le point qui correspond à la différence de potentiels qu'il faut avoir constante. La droite qui joint ce point à l'origine détermine le bobinage de fil fin à adopter.

La seule inconnue est alors N. Pour l'obtenir, on opérera ainsi : sur l'épure, on divisera les abscisses, à l'aide d'une double échelle, en ampère-tours et en ampères dans la dérivation, d'après les valeurs de n et de i qu'on vient de déterminer.

Cela fait, il faut tracer une série de courbes O R en prenant une quantité arbitraire et variable pour représenter 1 ampère du circuit principal. L'une de ces courbes sera, plus que les autres, rapprochée du parallélisme avec A M.

C'est celle-là qu'il conviendrait de choisir, et le rapport qui existe entre les longueurs qui représentent i et I sera le même que celui qui devra exister entre les nombres N et n de spires que devront avoir les fils.

Comme n est connu, on a N immédiatement.

Le tâtonnement relatif au choix de N ne saurait être long.

D'ailleurs, il faut remarquer qu'on n'a ainsi qu'une solution approchée du problème, puisque à la rigueur, il faut tenir compte aussi des volts absorbés dans le fil en série, volts que la construction graphique ci-dessus suppose négligeables.

Mais, ayant obtenu N, et se fixant une densité de courant déterminée, il est facile de les calculer, et, à l'aide d'une seconde approximation, d'obtenir une valeur plus approchée de N.

Pratiquement, ceci est même inutile ; car il est toujours facile

de modifier plus ou moins sur la machine le nombre de tours N, en se guidant sur l'expérience. On peut alors tenir compte de l'échauffement dû à la marche, et des autres causes de perte que l'on ne peut pas faire figurer dans le calcul graphique.

152. — En se reportant aux figures 142 à 144 qui indiquent la différence de potentiels aux balais pour des machines en dérivation de divers types, on reconnaît combien cette quantité peut varier de l'un à l'autre.

L'abaissement est infiniment moindre avec un induit en tambour qu'avec un induit en anneau. La nature de l'induit est donc un premier élément important à cet égard.

Il sera, en effet, d'autant plus rapide que la réaction d'induit sera plus caractérisée et nous avons vu que ce sont les anneaux qui donnent la plus forte réaction.

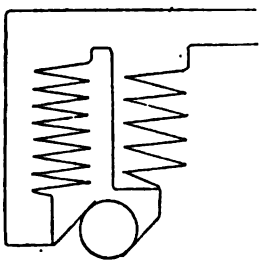


Fig. 153.

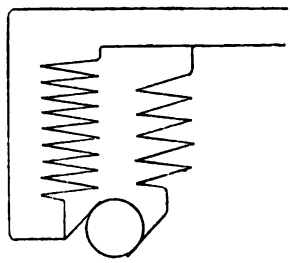


Fig. 154.

Si l'on veut maintenir le potentiel constant aux balais de la machine, le double enroulement sera absolument nécessaire avec un induit en anneau. Au contraire, avec un induit en tambour et une machine bien proportionnée, la constance pourra être aussi bonne, avec un simple enroulement en dérivation, que celle qu'on obtient d'un anneau avec un double enroulement.

Mais s'il s'agit d'obtenir le volt constant aux extrémités d'une longue ligne, nous avons vu qu'il faut ajouter aux volts de la réaction d'induit ceux de la perte en ligne.

Dans ce cas l'abaissement devient plus rapide pour toutes les machines, et toutes peuvent recevoir avantageusement le double enroulement.

L'excitation par double enroulement, pour obtenir une différence de potentiels constante aux balais, peut s'obtenir de deux manières : elle peut être faite en *courte* ou en *longue dérivation*, selon que le second point d'attache du fil fin est pris avant ou après le passage du gros fil autour des électros. Les figures 153, 154 indiquent ces deux manières de faire.

Il est tout à fait évident ici, que l'on a tout intérêt à faire l'excitation en courte dérivation. Avec cette disposition, en effet, le courant dérivé est affaibli moins rapidement, et le surcroît d'excitation que doit produire le gros fil est moindre. On arrivera donc au résultat avec une dépense de cuivre moindre que si l'on adoptait la longue dérivation. Aussi cette dernière ne doit-elle jamais être employée, et nous ne connaissons aucune application des machines qui soit de nature à en justifier l'emploi.

153. — La même combinaison d'excitation double peut permettre de faire des *machines à courant constant.*

L'enroulement en série, supposé seul, ne donnerait pas le résultat cherché, puisque le courant étant constant par hypothèse, l'excitation le serait aussi ; il n'y aurait aucun réglage.

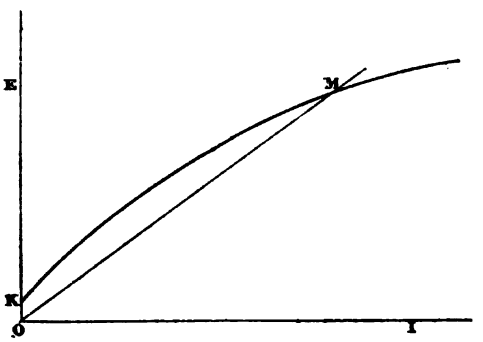


Fig. 155.

Examinons l'enroulement en dérivation :

Pour que le courant I reste constant, il faut qu'il y ait proportionnalité constante entre E et R, R étant la résistance totale. D'autre part, la résistance du circuit d'excitation en dérivation étant constante et égale à r, il faut qu'il y ait variation proportionnelle entre E et i.

Cette remarque suffit à indiquer la solution du problème.

Soit en effet (fig. 155) KM la caractéristique de force e. m. pour une certaine vitesse, en fonction du courant excitateur. Le point K est déterminé par le magnétisme rémanent de la machine. Soit OM la droite qui définit le bobinage d'excitation à adopter: supposons-la tracée parallèlement à la partie sensiblement rectiligne de la caractéristique.

Avec ce simple bobinage en dérivation, la condition exigée est remplie, mais pour un certain courant seulement.

Supposons en effet que la valeur de la réaction d'induit pour un certain courant I_1 soit précisément égale à O K. Proposons-nous de faire le tracé qui donnera la différence de potentiels aux balais.

Il faudrait pour cela, de K mener une parallèle à OM. Mais, par hypothèse, la première partie de la caractéristique est précisément parallèle à OM. Il y a donc superposition des deux lignes sur une grande longueur. La différence cherchée est indéterminée et ne dépend que des résistances en circuit; et, pour toute cette région, le courant reste égal à celui pour lequel la réaction d'induit est égale à OK.

Dans l'épure des forces e. m. en fonction du courant principal, la force électro-motrice serait représentée par une verticale au point I_1.

Mais ce courant I_1 n'est généralement pas celui qu'on se proposait d'obtenir, puisqu'il dépend du magnétisme rémanent dont on n'est pas maître; et il est en réalité toujours beaucoup trop faible. Il faudrait donc pouvoir augmenter le magnétisme rémanent, ou employer un autre procédé équivalent.

Or nous avons vu précédemment qu'une excitation extérieure constante équivalait l'augmentation du rémanent.

Il faudrait donc, en plus de l'excitation en dérivation, avoir une excitation complémentaire constante, et d'une valeur déterminée. Et, comme dans le cas présent, le courant est constant, il n'est même pas nécessaire de recourir à une source extérieure. Il suffit de faire faire un petit nombre de tours au courant principal autour des inducteurs pour obtenir le résultat cherché.

La détermination des bobinages se fera donc comme suit (fig. 156).

On détermine d'abord la courbe des forces e. m. à la vitesse choisie, et la valeur en volts de la réaction d'induit pour l'intensité choisie. On porte cette dernière valeur en O K et on mène KK'. Les ampère-tours à produire par le gros fil sont OP. De P, on mène la ligne qui sera le mieux possible parallèle à la branche

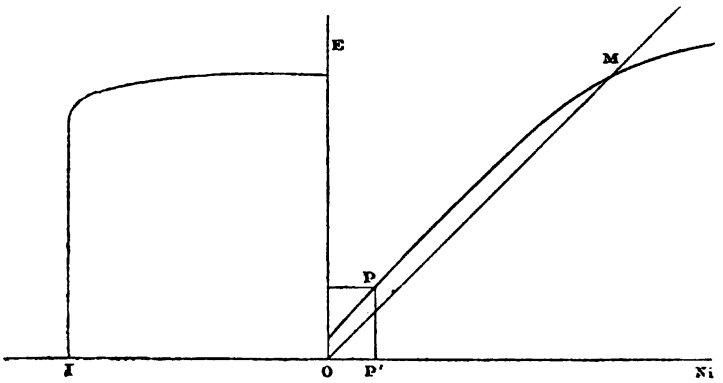


Fig. 156.

inférieure de la courbe, et cette ligne définit le bobinage de dérivation qu'il convient d'adopter.

Le problème est ainsi complètement résolu.

Il est important de remarquer toutefois que cette solution du problème des machines à courant constant n'est pas très favorable. Le point M, limite d'auto-régulation, est peu élevé sur la caractéristique ; il fait partie de la région à petite courbure, qui correspond à une valeur peu élevée de l'induction magnétique du fer.

La machine est donc assez mal utilisée spécifiquement même aux environs de son maximum de production en auto-régulation. Elle pourrait avantageusement fournir une force e. m. plus élevée, mais alors elle se comporterait uniquement comme simplement excitée en dérivation. Par contre, le « range », c'est-à-dire l'échelle de travail sous courant sensiblement constant, en est assez étendu.

154. — Nous pouvons maintenant aborder l'étude de la meilleure région de la caractéristique, celle où on devra de préférence faire travailler les machines.

La forme générale de la courbe est celle de la figure 157 dans

laquelle AB et CD sont des parties sensiblement rectilignes, tandis que BC est la région de grande courbure, qu'on a quelquefois appelée le genou de la caractéristique.

On a écrit souvent, à la suite de Frœlich, que la région de travail des machines était le genou de la caractéristique. Nous croyons que c'est une erreur de laquelle les constructeurs sont aujourd'hui revenus.

Il est certain d'abord qu'on doit chercher à obtenir les valeurs de flux les plus élevées possible compatibles avec une excitation modérée. Or au delà du point C, le flux utile augmente lentement avec l'excitation. Il semble donc que le point C où s'arrête la courbure rapide, soit la limite qu'il convient de ne pas dépasser.

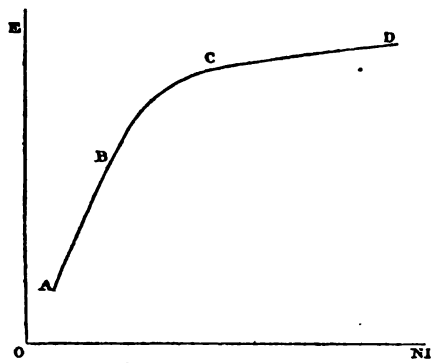


Fig. 157.

Mais c'est une limite qu'on doit prendre comme limite inférieure, tandis que l'énoncé de Frœlich tendrait à la faire prendre comme limite supérieure.

En effet, l'augmentation de charge des machines a toujours pour effet d'introduire une force magnétisante inverse, et par conséquent d'abaisser la force e. m. sur la caractéristique. Or, il est facile de voir que, dans le genou, les variations de force e. m. pour une faible variation d'excitation seront grandes.

Si, au contraire, on s'arrange de telle sorte que la marche à vide corresponde à un point compris entre C et D, et que la marche à pleine charge ramène la force e. m. au point C, on verra que la stabilité d'allure sera beaucoup plus grande.

Le point C est bien une limite supérieure.

Mais pour que la machine puisse jouir de cette propriété, il faut qu'on puisse aisément atteindre un point intermédiaire entre C et D avec une dépense d'excitation modérée. Il serait difficile de juger de l'allure exacte de la courbe si l'on ne la ramenait pas, pour toutes les machines, aux quantités primitives B et H, induction moyenne et force magnétisante, ainsi que nous l'avons indiqué plus haut. Autrement, les différences d'échelle adoptée amènent dans les courbures des variations d'un ordre compliqué, et telles, qu'il devient difficile de déterminer les délimitations des diverses régions.

Mais avec cette précaution, on n'éprouvera pas de difficultés.

Si alors, on reconnaît que l'excitation nécessaire est exagérée, on pourra en conclure à coup sûr à un défaut de proportions dans la machine, résultant en général d'un trop grand entrefer ou d'une vitesse trop faible.

On prend parfois pour une sorte de mesure de la stabilité d'allure d'une machine le rapport existant entre la plus grande flèche que l'on peut mener normalement à la ligne d'amorçage entre cette ligne et la courbe et la longueur de la ligne d'amorçage elle-même.

Cette grandeur varie, en effet, dans le sens voulu : elle est nulle pour la partie A B, faible de B en C, et acquiert ses bonnes valeurs au delà de C.

On pourrait aussi prendre pour mesure une fonction de l'angle de la ligne d'amorçage avec la tangente à la courbe au point où elle la rencontre, ou toute autre fonction analogue.

155. Régulateurs à relai. — Les procédés de régulation fondés sur les propriétés magnétiques des machines et particulièrement sur le double enroulement ne donnent que des solutions approchées, et qui peuvent être souvent d'une exactitude insuffisante.

Le réglage pour lequel les enroulements ont été calculés peut être mis en défaut pour plusieurs causes dont la principale est l'augmentation de résistance qui résulte de l'échauffement de la machine, du circuit excitateur et même de la ligne.

Or, lorsqu'il s'agit, par exemple, d'une machine qui alimente

des lampes incandescentes, il y a tout intérêt à ne pas permettre que les variations soient plus grandes que 1 p. 100, et il sera bien difficile d'obtenir du double enroulement une exactitude de ce genre. On peut même compter ne l'obtenir jamais, et la conséquence de ce fait sera une lumière irrégulière et une usure prématurée des lampes.

S'il s'agit d'une machine alimentant des arcs en série en nombre variable, le changement d'allure peut être si considérable que nulle combinaison d'enroulement ne puisse permettre même d'approcher d'une régulation convenable.

Pour ces diverses raisons, divers inventeurs ont créé des types d'appareils dits *régulateurs automatiques*, qui sont tous conçus sur le même principe, mais dont les dispositions mécaniques sont variables à l'infini.

Leur étude détaillée n'entre pas dans le cadre de cette étude; mais il est nécessaire d'en indiquer les organes généraux qui sont toujours les mêmes. La précision avec laquelle chacun d'eux accomplira sa fonction sera la mesure de la qualité de l'appareil.

Tous comprennent comme pièce principale un relai, c'est-à-dire un simple électro-aimant muni d'une armature qui peut osciller entre deux contacts, et retenue par un ressort antagoniste à réglage.

Le bobinage en est tel qu'il est parcouru soit par le courant, pour le réglage à courant constant, soit par une dérivation pour le réglage à différence de potentiel constante. Pour la valeur normale de l'élément à régler, le contact est en équilibre entre les butoirs. Dès que cette valeur est altérée, elle ferme l'un ou l'autre de deux circuits qui mettent en jeu les organes régulateurs.

Le plus souvent, il s'agit de déplacer la touche mobile d'un rhéostat, touche qui se déplace sur une vis ou autour d'un axe. Le courant produit en général l'embrayage de l'organe qui porte la touche avec un mécanisme qui la fait aller en avant ou en arrière. Lorsque le courant cesse, le débrayage se produit.

Les appareils qui réalisent ce principe sont nombreux et bien connus. Nous citerons seulement ceux d'Edison, de Thomson Houston (celui-ci agit sur le calage des balais) de Woodhouse et

Rawson, de Goolden et Trotter, des ateliers d'Œrlikon, etc. Les figures 158, 159 représentent deux de ces instruments.

L'emploi de ces appareils est recommandable à tous égards. Ils ont une qualité principale qui consiste en ce qu'ils corrigent l'effet de toutes les causes qui tendent à troubler le régime, quelles qu'elles soient. Que ce soit l'échauffement des conducteurs, la

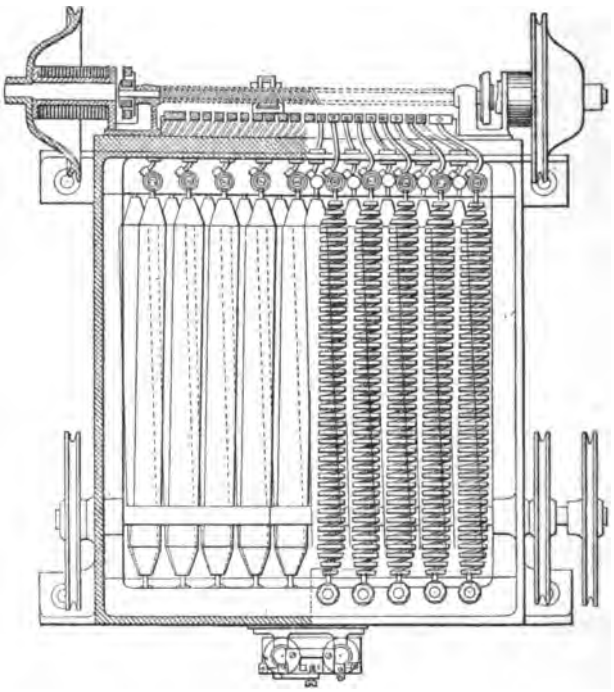


Fig. 158.

variation de charge ou une variation d'allure du moteur, ils opèrent la correction nécessaire.

Il faut seulement avoir soin, dans le cas où on veut obtenir une différence de potentiel constante, de rattacher le relai aux points mêmes où on veut la constance, par exemple, aux points d'attache d'une des lampes incandescentes.

On peut cependant rencontrer quelques difficultés pratiques avec les appareils qui règlent vite si la machine est actionnée par un moteur spécial. Il peut, en effet, se trouver que l'action du régulateur électrique contrarie celle du régulateur à vitesse, et qu'il

s'établisse des interférences entre les marches des deux organes dont le résultat serait une marche plus mauvaise que sans régulateur.

L'emploi simultané de deux régulateurs, l'un mécanique et

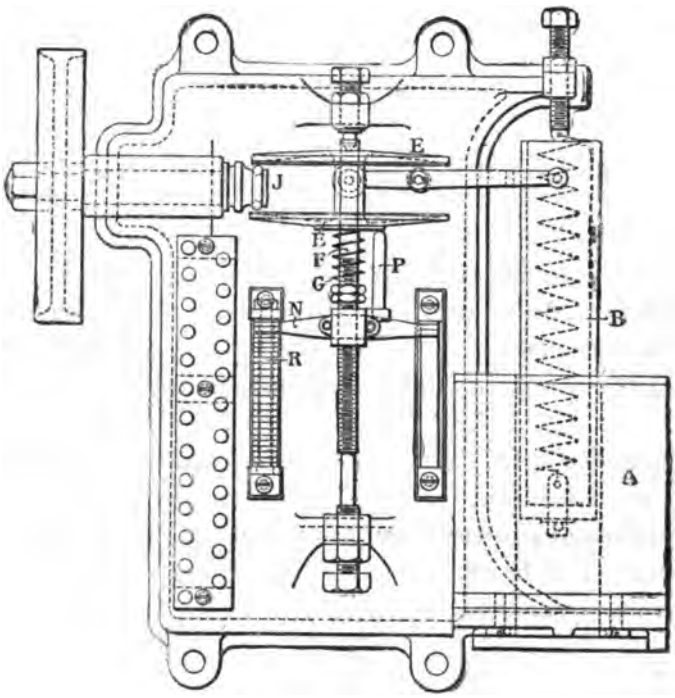


Fig. 159.

l'autre électrique, est certainement illogique. Ce fait n'a pas échappé à l'observation et beaucoup de dispositions ont été proposées pour régler électriquement l'allure du moteur.

Nous ne croyons pas qu'aucune d'elles ait reçu jusqu'ici la sanction pratique d'une expérience prolongée.

CHAPITRE XVII

PUISSANCE ET RENDEMENT DES MACHINES

156. — Il est important de bien s'entendre sur ce qu'on appelle le rendement d'une machine. Diverses quantités peuvent être appelées le rendement : aussi convient-il d'ajouter à ce mot un qualificatif qui soit de nature à spécifier nettement de quoi l'on parle.

Il suffit d'en considérer deux : le *rendement électrique* et le *rendement commercial.*

Le rendement électrique est le rapport de l'énergie électrique consommée dans le circuit extérieur à l'énergie électrique totale. Il pourra s'exprimer par le rapport :

$$\frac{ei}{EI}$$

Le rendement commercial est le rapport de l'énergie électrique consommée extérieurement à la machine, à l'énergie totale transmise à la machine. Il pourra donc s'exprimer par le rapport :

$$\frac{ei}{W}$$

où W est la puissance en watts transmise par la courroie ou autre organe de commande à l'arbre de la machine dynamo-électrique.

Ce dernier rendement est, en somme, le plus important, car il importe peu que le premier soit bon, si le second est mauvais par suite de dispositions mécaniques vicieuses.

157. — Le rendement électrique peut se déduire des seules mesures électriques. Sur les quantités qui figurent dans son expres-

sion, trois peuvent se mesurer simultanément, ce sont εi et I. Quant à la force e.m.E, elle peut se déduire des constructions graphiques relatives à la machine considérée, ainsi qu'il est dit dans le chapitre précédent.

Si l'on ne possède pas les éléments propres à cette détermination on obtiendra une approximation suffisante en ajoutant à ε le produit RI de la résistance de l'induit par le courant qui le parcourt et en prenant la somme connue égale à E.

Pour les machines en série, le courant I étant le même dans la machine et dans le circuit extérieur, le rendement se réduit à $\frac{\varepsilon}{E}$.

Pour toutes les autres formes de machines, il faut conserver la formule complète. Le rendement peut d'ailleurs s'exprimer aussi en fonction des résistances, mais sous une forme plus compliquée, et moins instructive.

On peut aisément se rendre compte sur une machine en service de ce que coûte le champ magnétique. Il suffit, si la machine est en dérivation de mesurer le courant i d'excitation et le rapport $\frac{i}{I+i}$ est le coût du champ.

Sur une machine en série, on mesure les volts aux bornes ε et les volts aux balais ε_1. Le coût du champ est $\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon}{\varepsilon_1 + RI}$. Enfin pour une machine à double enroulement, on fera les deux mesures.

Ce chiffre varie de 2 à 10 p. 100, pour la plupart des machines du commerce.

158. — Le rendement commercial exige des mesures électriques et mécaniques.

L'énergie électrique utilisée dans le circuit extérieur pour une seconde est toujours mesurée par le produit εI des volts aux balais par le courant extérieur.

L'énergie mécanique transmise à la dynamo peut se mesurer de diverses manières. On peut employer une méthode de substitution ou une méthode directe.

Par substitution, on met en marche la machine et on note soigneusement les conditions d'allure du moteur, qui ne doit pas accomplir d'autre travail. S'il s'agit d'un moteur à vapeur, on relèvera la pression, la vitesse et les conditions d'admission. On obtiendrait mieux encore en relevant des diagrammes à l'indicateur, sur les

deux côtés du cylindre. S'il s'agit d'une turbine, on relèvera la pression, l'ouverture exacte du vannage et la vitesse.

Cela fait, on fera tomber la courroie qui commande la dynamo, et sur la poulie de commande on installera un frein de Prony.

On variera les charges de ce frein jusqu'à ce qu'on ait reproduit exactement les conditions primitives correspondant à la marche de la machine dynamo-électrique. Si cette condition est remplie, le frein et la machine absorbent la même puissance W qu'on peut aisément évaluer en watts et comparer au produit εI.

Cette méthode est laborieuse et très longue si l'on veut l'appliquer dans les conditions où on peut en espérer des résultats exacts.

On sait en effet combien il est difficile de reproduire exactement des conditions de marche une première fois obtenues, particulièrement en ce qui concerne les moteurs à vapeur.

Aussi, si l'on veut obtenir une appréciation exacte du travail absorbé par un outil, faut-il opérer comme suit.

On variera progressivement les charges du frein et on notera chaque fois la pression à l'admission (à défaut de diagrammes qui seront toujours préférables), et la vitesse. Si le régulateur du moteur est bon, celle-ci devra très peu varier. On obtiendra ainsi un premier tableau donnant les puissances développées à la vitesse normale et à une pression donnée, en fonction des conditions de l'admission de la vapeur, détente ou ouverture du papillon.

On devra ensuite répéter la même série d'essais, mais avec d'autres pressions initiales, et obtenir de nouveaux tableaux.

Ce travail revient, en somme, à déterminer complètement les conditions de marche du moteur et à en faire une étude approfondie, dont les résultats peuvent être extrêmement intéressants par eux-mêmes, mais qui exigent beaucoup de temps et une assez grande habileté expérimentale.

C'est un travail considérable, beaucoup trop considérable s'il doit être fait uniquement en vue de la détermination du rendement d'une machine dynamo-électrique.

On ne peut donc pas considérer cette méthode de substitution comme remplissant les conditions de simplicité que réclame l'industrie.

159. — La méthode directe sera donc toujours préférable lorsqu'on possédera l'appareil nécessaire : le *dynamomètre de transmission.*

Il existe un certain nombre de modèles de ces appareils, et ils donnent tous de bons résultats lorsqu'ils sont maniés par un expérimentateur qui est familiarisé avec leur emploi.

Leur description ne rentre pas dans notre cadre. Cependant, comme la connaissance des moyens modernes les plus perfectionnés de mesure du travail mécanique est d'une importance capitale en matière de machines dynamo-électriques, et comme d'autre part ils paraissent insuffisamment connus dans les ateliers, nous les avons indiqués dans un appendice qu'on trouvera à la suite du présent ouvrage.

Le dynamomètre de transmission donne une valeur du travail transmis à la machine qui peut être très suffisamment approximative lorsqu'il est bien employé. Il permet les mesures simultanées des grandeurs qui figurent aux deux termes de la fraction qui définit le rendement et permet d'opérer avec un moteur quelconque et commandant en même temps, au besoin, d'autres outils. Il donne donc des garanties d'exactitude beaucoup plus grandes que celles de la méthode de substitution, et devra lui être préféré toutes les fois qu'il sera possible.

160. — Toutes les pertes qui se produisent dans la transformation de l'énergie au sein de la machine dynamo se traduisent en chaleur.

Elles constituent donc une source de chaleur qui élève la température de la machine jusqu'au point pour lequel le rayonnement et la convection équilibrent son action.

Il existe une certaine température limite que la machine atteint au bout de quelques heures et qui doit toujours rester inférieure à celle qui commencerait à endommager les isolants même lorsque les conditions extérieures de température sont les plus défavorables.

Cet échauffement, et la température limite qui en résulte sont d'ailleurs la seule chose qui apporte une limite à la puissance de transformation d'une carcasse donnée. Il est donc de la plus

grande importance d'en analyser les causes, afin de les réduire au minimum, et d'obtenir le plus grand effet utile possible d'une machine donnée.

Les pertes proviennent de plusieurs causes dont les principales sont les suivantes :

1° Echauffement des fils par le passage du courant ;

2° Courants parasites dans les masses de métal continues ;

3° Courants parasites dans les fils mêmes de l'induit ;

4° Aimantations et désaimantations successives du fer (hystérésis).

5° Frottements des parties mobiles sur les parties fixes.

C'est sur l'induit des machines que se localisent la plupart de ces causes d'échauffement.

Comme c'est également lui qui présente la moindre masse, il en résulte que sa température est toujours supérieure à celle des inducteurs. L'induit qui est également le plus difficile à construire est donc, à tous égards, la partie la plus délicate de la machine, puisqu'il faut encore assurer sa conservation contre ces causes de destruction.

161. Pertes par échauffement résultant de la loi de Joule. — Un induit, de résistance R parcouru par le courant I, devient source développant une quantité de chaleur égale à $\frac{R I^2}{J g}$ calories par seconde (I équivalent mécanique de la calorie $= 425$ et $g = 9.81$).

Un de ses fils, pris isolément, atteindrait pour une densité de courant donnée, une certaine température limite, qui dépend dans une certaine mesure des matières isolantes qui l'entourent, et qui tendent à empêcher la déperdition de la chaleur. Il n'y aurait aucun intérêt à déterminer expérimentalement cette limite, parce que les fils sont enroulés sur l'induit en plusieurs épaisseurs, et qu'une partie d'entre eux est soumise à une ventilation énergique.

La valeur admise pour la densité ne dérive donc pas seulement des conditions de la loi de Joule. Les constructeurs la déterminent expérimentalement sur la machine construite, et par conséquent en tenant compte de tous les autres éléments.

Elle varie depuis 6 ampères par millimètre carré jusqu'à 3 et même moins. Les plus hautes valeurs sont spécialement appli-

cables aux machines de petite puissance bien ventilées, et dont la marche n'est pas de très longue durée. Les plus faibles sont applicables aux machines plus fortes, et à celles qui ont des marches très prolongées, comme dans les applications à l'électrométallurgie par exemple. Mais quelle que soit la densité adoptée, il sera toujours bon d'avoir une résistance d'induit aussi faible que possible. Pour cela, il faudra avoir une valeur du champ magnétique moyen dans l'entrefer aussi élevée que possible. Les volts par mètre du fil induit sont proportionnels à ce champ; il faudra donc d'autant moins de longueur de fil et par suite de résistance intérieure, que le champ sera plus intense.

Des résistances nuisibles peuvent encore provenir de soudures défectueuses, ou de porte-balais de mauvais modèles. Mais ce sont là des points de détail dans la construction mécanique qu'on peut toujours améliorer facilement.

Les soudures des fils de l'induit aux lames de collecteur offrent une difficulté particulière, surtout lorsqu'il s'agit d'un assez grand nombre de fils à réunir à une même lame. En effet, on ne doit pas employer le chlorure de zinc comme agent de décapage, pour des raisons qui sautent aux yeux. On emploie d'ordinaire la résine. Cette matière est solide et isolante : sa présence ne peut donc pas être nuisible en elle-même. Mais en raison de sa grande fusibilité elle pénètre facilement dans le faisceau de fils, bien plus facilement que la soudure. Si cette dernière n'a pas pénétré à cœur dans le paquet de fils, sa place y est prise par la résine qui remplit l'office contraire, et les isole les uns des autres. Aussi une bonne précaution à prendre est-elle d'étamer les bouts de tous les fils avant de les souder.

162. Courants de Foucault dans les masses de métal continues. — Les courants parasites, ainsi que les autres causes de perte, ont une action double sur la limitation de la valeur de la machine. D'une part, l'échauffement qui en résulte tend à abaisser le courant maximum qu'elle peut supporter; de l'autre, il représente de l'énergie absorbée en pure perte, ce qui contribue à affaiblir le rendement commercial.

Dans l'induit, le fer est toujours employé, pour cette raison,

sous forme divisée, en fil ou en tôles. Il faut encore que l'état de division soit suffisant et qu'il y ait un isolement convenable entre deux masses contiguës.

Considérons par exemple un induit dont l'âme est formée de tôles, et soit (fig. 160) deux d'entre elles, dont l'épaisseur est énormément exagérée pour la facilité de la représentation.

Le courant induit dans l'épaisseur de chacune d'elles est représenté par les flèches. Il serait proportionnel à la section du fer (à laquelle le flux est proportionnel) et en raison inverse de la résistance rencontrée le long de la trajectoire de ce courant. Or, celle-ci est elle-même en gros d'autant plus grande que la toile est plus mince. Ces courants sont donc à peu près proportionnels au carré de l'épaisseur.

Fig. 160.

Fig. 161.

De plus, si l'on suppose deux tôles de suite en contact intime, elles équivaudront à une tôle double. Si l'isolement qui les sépare est insuffisant, les courants parasites dans les noyaux pourraient donc atteindre des valeurs très élevées.

Dans le cas où le noyau de fer est formé de fils, le même raisonnement subsiste; mais il y a moins à craindre les effets d'un contact d'un fil à l'autre parce que, avec des fils ronds, il ne peut se produire que suivant une génératrice, et qu'il présentera toujours une résistance notable.

Aussi la pratique générale est-elle lorsqu'on emploie des fils de les vernir simplement, tandis que les tôles sont séparées par des épaisseurs de papier quelquefois même collé sur elles.

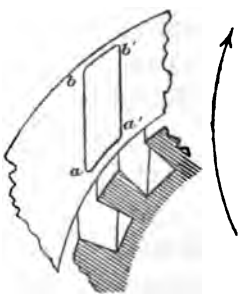


Fig. 162.

163. — L'inducteur, lorsque ses pièces polaires sont massives, peut aussi être le siège de courants de Foucault assez intenses.

Considérons, par exemple, un induit denté du genre Pacinotti.

La densité du flux sera évidemment beaucoup plus grande sur

la face polaire, en face d'une dent qu'en face d'un vide (fig. 162). Il y a donc une répartition du flux inégale, et variable par suite du mouvement de l'induit.

Si l'on trace sur la face polaire de l'inducteur une ligne telle que *aa'b'b*, elle représentera un circuit fermé dans lequel le flux de force est périodiquement variable.

Une série de ces lignes peut être tracée de manière à recouvrir toute la face polaire. Il est donc impossible qu'il n'y ait pas sur cette pièce des courants induits.

On peut les atténuer beaucoup par l'emploi d'une denture fine (fig. 163) : dans ce cas, le flux émanant des dents peut s'épanouir assez pour que sa répartition soit uniforme lorsqu'il parvient à la pièce polaire.

Fig. 163.

On peut aussi les supprimer à peu près complètement en employant pour l'inducteur des tôles isolées comme celles qui constituent le noyau induit (machines Rechniewsky).

164. — Mais, même avec une machine sans denture, il se produit encore, comme l'ont signalé MM. Hopkinson, une oscillation du champ près des pointes des pièces polaires. Considérant en effet (fig. 164), sur un induit en marche, avec un décalage λ, les lignes ABCDF et BCHG.

Ecrivant l'équation d'Hopkinson pour ces deux lignes, en négligeant partout le fer devant l'entrefer, on voit aisément que la force magnéto-motrice le long de BC n'est pas la même qu'en HG et que leur différence HG — BC est égale à $4\pi \frac{m}{2} \frac{\lambda}{\pi} i_a = 2\lambda\, m i_a$. On en conclut à une distorsion du champ dans la région voisine de la pointe de la pièce polaire.

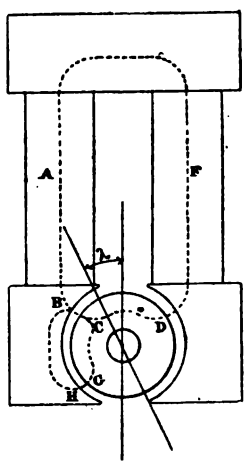


Fig. 164.

Mais cette distorsion même n'est pas constante. En effet, dans l'expression ci-dessus $\frac{m}{2} \frac{\lambda}{\pi}$ exprime la fraction $\frac{\lambda}{\pi}$ du nombre total $\frac{m}{2}$ des spires de la moitié de l'induit qui est comprise dans l'angle de calage λ. Or, cette quantité ne serait constante que s'il y avait

un nombre infini de spires infiniment minces, aboutissant chacune à une lame de collecteur.

Mais en réalité, le nombre de spires qui constituent la force magnéto-motrice de réaction est variable. Il diminue chaque fois qu'une fente du collecteur passe sous le balai, ce qui met une bobine élémentaire en court circuit, et augmente l'instant suivant lorsqu'elle lui échappe.

De là l'oscillation du champ qui peut donner naissance à des courants de Foucault.

Ces effets peuvent prendre une intensité très grande avec des machines qui s'écarteraient notablement des données usuelles. L'auteur a construit, à titre expérimental, un induit pourvu de huit bobines élémentaires seulement. On comprend que l'oscillation du champ et celle de la force e. m. y devaient être considérables. A circuit extérieur ouvert, et en excitation séparée, l'induit absorbait une force motrice équivalente au quart de celle qui représentait la puissance de transformation de la carcasse employée. Comme toute cette puissance était absorbée dans la machine, l'induit s'échauffait à tel point qu'on ne pouvait continuer l'essai plus de quelques minutes. En circuit fermé, un ampèremètre apériodique étant intercalé dans le circuit d'excitation, son aiguille qui était parfaitement stable lorsque la machine était au repos, s'est mise à osciller violemment et d'une manière désordonnée dès la mise en marche, indiquant ainsi une réaction très forte de l'induit, qui donnait lieu à des courants induits intenses dans le fil inducteur.

165. Courants de Foucault dans les fils induits. — Dans les fils induits eux-mêmes peuvent exister des courants parasites. Le cas que nous allons traiter est général et s'applique non seulement aux machines dont l'induit est formé de barres massives, mais encore à celui où la section de passage nécessaire au courant est subdivisée entre plusieurs fils parallèles isolés entre eux sauf à leur jonction aux lames de collecteur. Nous considérerons spécialement cette dernière forme.

Soit *ab* (fig. 165) l'arc occupé sur la circonférence du noyau de fer par l'une des bobines élémentaires. Soit α l'angle corres-

pondant à cet arc et β celui qui correspond à la pièce polaire. Les fils parallèles qui composent par leur réunion la section de passage du courant sont *aa' bb' cc'*.

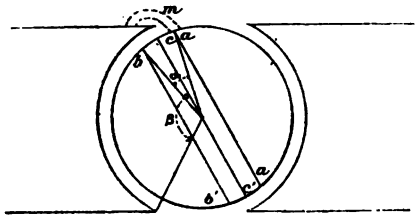


Fig. 165.

La figure montre de suite que le flux qui traverse l'un de ces fils peut être différent de celui qui traverse les autres, lorsque cette bobine élémentaire défile devant la pointe de la pièce polaire.

Dans l'entrefer, à une distance suffisante du bord des pièces polaires, la répartition du flux peut être considérée comme uniforme. Aussi, pour la bobine qui passe dans cette région, le flux embrassé par chacun des fils que forme la bobine élémentaire pourra être également différent, mais sa variation étant la même, la force e. m. induite dans chacun des fils sera la même.

Il en sera autrement lorsque la bobine arrivera à la région voisine du bord, où la répartition n'est pas uniforme. La loi de cette répartition n'est pas connue : on pourrait la déterminer si l'on voulait, mais cela n'est pas utile.

On peut obtenir par l'analyse une valeur de l'effet produit sur la bobine, valeur non pas exacte, mais indiquant au moins l'ordre de grandeur du phénomène. Ce calcul fera voir aussi comment les données de construction interviennent dans le résultat, et pourra suffire à procurer d'utiles indications à cet égard.

Supposons que la bobine élémentaire occupe la position de la figure 165, le fil *cc'* étant en face des arètes des pièces polaires. Imprimons à l'induit un déplacement $\frac{a}{2}$, de telle sorte que *c* vienne en *a* et *c'* en *b'*.

Négligeons les longues lignes de forces telles que *m* et supposons que le flux soit entièrement compris dans l'angle β qui soustend les pièces polaires, et qu'il y soit normal et uniformément réparti.

Cela étant :

Avant le mouvement, le flux à travers cc' est F, flux maximum. Après le mouvement, sa valeur n'a pas changé.

Dans aa' et bb', il est égal avant le mouvement à

$$F - \frac{\alpha}{2\beta} F = F \left(1 - \frac{\alpha}{2\beta}\right)$$

Après le mouvement, il est devenu égal à F. La variation du flux dans cc' est donc nulle, tandis que pour aa' et bb', elle est $\frac{\alpha}{2\beta}$F.

Le mouvement que nous venons de considérer est la seconde moitié de celui que la bobine doit effectuer avant d'être sortie du champ uniforme, et avant que tous ses fils embrassent le flux maximum F. Il est facile de voir que la première moitié du mouvement donne, dans le même sens, une variation de flux égale à celle-ci ; nous n'avons considéré la seconde que parce qu'elle donne des expressions plus simples.

Le mouvement complet donne donc une variation de flux égale à $\frac{\alpha}{\beta}$F pour une partie seulement des fils.

Soit R la résistance opposée au courant parasite qui prend ainsi naissance. La quantité Q d'électricité qui circulera de ce chef sera

$$Q = \frac{\Delta F}{R} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{F}{R}$$

et le travail absorbé correspondant sera

$$T = \frac{1}{2} e Q$$

en appelant e la force e. m. maxima.

Il faut évaluer e et R.

Pour connaître R, il convient de remarquer que le courant induit dans une partie des fils de la bobine élémentaire peut se fermer par trois voies :

Soit par les autres fils de la même bobine ;

Soit par le reste de l'induit, en le contournant complètement :

Soit enfin par les balais et le circuit extérieur.

Le premier chemin est de beaucoup le plus court. Le second est infranchissable. En effet, au moment où une bobine échappe aux pièces polaires d'un côté, une autre bobine y rentre du côté

opposé. Celle-ci est siège d'une force e.m. égale et opposée à celle de la première, et dans le circuit fermé constitué par l'induit, leurs effets se contrebalancent.

Les effets s'ajoutent pour le circuit extérieur aboutissant aux balais de la machine. Mais celui-ci est infiniment résistant par rapport au premier et on peut parfaitement le négliger.

Le terme R contient donc seulement les éléments de la bobine élémentaire. Si celle-ci est composée de k fils faisant p tours sur le noyau, et si l'on admet que la moitié des fils est induite et que le retour se fait par l'autre moitié, on a:

$$R = 4\frac{p}{k}$$

La force e.m. moyenne est, au signe près

$$e = p\frac{\Delta F}{\Delta t} = p\frac{\alpha}{\beta}\frac{F}{t} \qquad (1)$$

t étant la durée du mouvement α.

Si la durée d'un tour est T, on a $t = \frac{\alpha}{2\pi}T$.

Enfin, l'effet se reproduisant sur chaque bobine quatre fois par tour de l'induit, le travail ainsi converti en chaleur sera, pour une seule bobine élémentaire, égal à

$$4 \times \frac{1}{2}eQ = 2\left(p\frac{\alpha}{\beta}\frac{F}{t}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\frac{F}{R}\right)$$

Enfin l'induit tout entier comprend $\frac{2\pi}{\alpha}$ bobines, et il faut encore multiplier par ce facteur.

Remplaçant maintenant t et R par leurs valeurs, on obtient finalement pour valeur du travail perdu par tour la valeur:

$$T = \frac{2\pi^2}{\beta^2}\frac{F^2 k}{T}$$

ou, pour une machine donnée, à vitesse et excitation égales, A étant une constante

$$T = Ak$$

[1] Tout ce calcul se rapportant à des courants en régime variable, il serait plus exact de définir la force e. m. de la manière qui sera indiquée plus loin, à propos des courants alternatifs. Mais cela aurait constitué une complication inutile du calcul sans augmenter la précision des résultats qu'on en tire.

Il est remarquable que p et α disparaissent de la formule où k subsiste seul.

Supposons qu'on dispose d'une machine établie pour E volts et I ampères, et qu'on se propose de la transformer en une autre, disposée pour $\frac{1}{m}$ E volts et m I ampères.

On peut le faire de deux manières: conserver le même nombre de bobines élémentaires, mais constituer chacune d'elles par $m\,k$ fils faisant $\frac{p}{m}$ tours : — ou encore conserver p tours de spire par bobine, composer chacune de $m\,k$ fils et réduire leur nombre, de telle sorte que α devienne $m\,\alpha$.

Dans l'un ou l'autre cas, on trouve

$$T_1 = m\,T$$

Cette perte semble donc proportionnelle au débit maximum de la machine, indépendamment de sa force e.m.

On verrait aisément que pour des machines de puissance différente, mais de même force e.m. et géométriquement semblables, la perte augmente comme le carré du courant maximum.

Cette cause de perte ne paraît pas facile à éviter : il semble qu'il ait été fait en Angleterre des machines dans lesquelles les différents fils d'une bobine élémentaire étaient tordus en câble, et ainsi appliqués sur le noyau de l'induit.

Le résultat aurait été bon. Mais cette pratique paraît devoir conduire à une moins bonne utilisation de l'espace disponible. On ne pourrait donc ainsi mettre que moins de fil sur une carcasse donnée, et on diminuerait de ce côté la puissance de transformation de la carcasse considérée.

Somme toute, le résultat peut être une réduction de puissance au moins égale à celle que produit la cause d'échauffement que l'on cherche à éviter.

166. — M. Hopkinson a encore signalé un cas dans lequel des courants parasites peuvent prendre naissance dans les fils induits : c'est lorsque le bobinage est fait à l'aide d'un nombre impair de bobines élémentaires.

En effet, lorsqu'une bobine se trouve exactement au milieu du champ, les autres bobines en nombre pair sont symétriquement

placées, et leurs forces e.m. (qui s'ajoutent dans le circuit extérieur) s'équilibrent mutuellement dans le circuit fermé constitué par l'induit. Mais la force e.m. de la première bobine n'est pas équilibrée. Elle donne donc naissance à un courant parasite qui se ferme sur l'induit lui-même. Cette force *e. m.* est un peu plus grande que la m° partie de celle de la machine supposée formée de $2m + 1$ bobines; elle agit sur une résistance égale à quatre fois celle de l'induit mesuré de balai à balai. Elle est de nature alternative et la perte qui en résulte serait considérable si elle n'était pas réduite par la self-induction que présente ce circuit.

Elle est en tous cas d'autant plus grande que le nombre de bobines élémentaires est moins élevé.

Ce mode de bobinage à nombre impair est d'ailleurs à peu près complètement abandonné aujourd'hui.

167. Pertes par hystérésis. — Le fer de l'induit d'une machine dynamo-électrique est soumis à des renversements continuels de l'aimantation. Il devient donc de ce fait une source de chaleur et cette cause d'échauffement ne peut être que diminuée, mais non supprimée, tant que l'induit contient du fer.

Il y a peu de chose à ajouter, sur ce sujet, à ce que nous avons dit § 101-102. Au point de vue de l'hystérésis il y a intérêt à employer du fer aussi doux que possible, et cette condition se concilie avec celle de la plus grande perméabilité.

L'échauffement d'hystérésis est localisé dans la masse même du métal, et sa dissipation peut devenir très difficile pour des noyaux massifs et volumineux. Cette seule condition suffirait à limiter les dimensions des noyaux des machines puissantes, et à conduire à des modifications de forme, qui sont d'ailleurs imposées par d'autres considérations lorsqu'on dépasse une certaine limite de puissance des machines.

168. — La dernière cause d'échauffement réside dans le travail mécanique absorbé par le frottement des arbres sur leurs coussinets.

Ceux-ci sont du domaine de la mécanique, et nous n'aurions qu'à les signaler sans y insister, s'ils ne se trouvaient parfois considérablement augmentés par une cause d'ordre électrique.

Lorsqu'un induit à noyau de fer est situé dans un champ magnétique uniforme, les attractions magnétiques qui sont développées par les faces des pièces polaires sont égales et opposées par rapport à l'arbre, et se neutralisent mutuellement.

Mais si pour une cause quelconque il y a dissymétrie par rapport à l'arbre, il peut se produire une résultante d'une intensité telle que l'arbre soit fléchi, et vienne exercer sur les coussinets des pressions anormales.

Ce fait avait été remarqué sur les premières grosses machines Edison. L'auteur a vu une machine du même genre présenter une flèche atteignant plusieurs millimètres, et exercer sur les coussinets une pression telle que la marche en était complètetement impossible.

Le seul remède est de s'arranger de telle sorte que tout soit symétrique par rapport à l'arbre.

Un grand nombre de petites machines ne le sont pas, et cependant ne présentent pas d'inconvénients. Cela provient sans doute de la valeur moins grande des efforts, et surtout de ce que les arbres sont plus courts et proportionnellement plus forts que dans les fortes machines.

169. Mesure de la température de l'induit. — La mesure de la température de l'induit présente une grande importance, car c'est le véritable élément d'appréciation de la puissance de la transformation de la machine.

Le procédé le plus correct pour effectuer cette mesure est certainement celui qui consiste à mesurer la résistance de l'induit de balai à balai lorsque la machine est chaude, et à comparer cette résistance à celle que l'on a préalablement mesurée à la température ambiante.

Soit R_1 la résistance froide
R_2 — — chaude
θ l'élévation de température
α le coefficient de variation de cuivre égal à 0,004 environ par degré.

On a

$$R_2 = R_1 (1 + \alpha \theta)$$

D'où

$$\theta = \frac{R_2 - R_1}{\alpha R_1}$$

Ce procédé n'est facilement applicable que dans les laboratoires. Dans les installations on pourra se contenter de placer en contact avec les fils chauds un thermomètre que l'on protégera contre le refroidissement par plusieurs doubles de chiffons. L'équilibre est atteint au bout de quelques minutes pendant lesquelles le refroidissement de l'induit n'a pas pu être notable.

Les deux modes de mesure donnent des résultats assez concordants, et le dernier est suffisant pour que l'on puisse se guider en toute assurance sur les résultats qu'il fournit.

Une température de 100° centigrades est généralement regardée comme excessive. Mais une température de 80° est admise lorsqu'elle ne se produit qu'après une marche prolongée. Il ne faudrait pas dépasser cette limite.

Il faut bien remarquer que ce qui limite la charge de la machine est la température de son induit; mais que cette température finale dépend non seulement de l'échauffement que produit le fonctionnement, mais aussi de la température initiale.

Ainsi, si une machine est capable de fournir indéfiniment 100 ampères sans que l'échauffement dépasse 60° centigrades, elle pourra être employée à 100 ampères tant que la température ambiante ne dépassera pas 20°.

Mais si cette température ambiante atteint 40°, il faudra évidemment réduire le débit, pour éviter d'atteindre les valeurs extrêmes de 100°, qui commenceraient à endommager les isolants.

Il est donc important qu'une machine dynamo soit installée dans un endroit frais et bien ventilé. On évitera de les placer dans des salles de moteurs à vapeur, où règnent toujours une grande chaleur et beaucoup d'humidité, dont la condensation peut être nuisible, lorsque les périodes d'arrêt lui permettent de se produire.

Lorsque ces conditions ne peuvent pas être remplies et qu'il y a des difficultés spéciales (à bord des paquebots, par exemple), il est bon de munir les machines d'un ventilateur qui refoule de grandes quantités d'air dans l'entrefer.

Cette disposition n'est pas sans absorber du travail : mais elle est pleinement justifiée dans ces cas spéciaux.

CHAPITRE XVIII

CALCUL DES MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES A COURANT CONTINU

170. — Toutes les formules propres au calcul d'une machine dynamo-électrique, ont été développées dans les chapitres précédents. Toutefois, à titre d'indication, nous allons faire le calcul complet d'une machine de dimensions moyennes et d'un type déterminé.

Soit, par exemple, une machine à anneau sans denture, destinée à produire un débit extérieur de 70 volts et 200 ampères, et de la forme générale de la figure 167.

Lorsqu'on établit le projet d'une machine de ce genre, on a toujours une idée approximative des dimensions principales qu'elle devra avoir pour être capable de la puissance prévue. Cette connaissance, si elle ne résulte pas de l'expérience acquise de l'ingénieur, peut se déduire de l'examen des dimensions des machines analogues existant dans l'industrie.

Pour le cas présent, nous pensons qu'un anneau ayant 0^m300 de diamètre extérieur et 0^m200 de diamètre intérieur pourra convenir : nous nous proposons de calculer les autres dimensions, la vitesse, le bobinage, etc.

171. — Le premier élément à déterminer est la vitesse. Dans quelques cas spéciaux, et notamment lorsqu'on doit faire la commande de la dynamo par accouplement direct avec un moteur à vapeur, la vitesse est imposée.

Ici, nous supposons avoir toute liberté à cet égard : nous avons

donc tout intérêt à lui donner la plus grande valeur possible compatible avec la sécurité de la marche. Si l'on compte sur une vitesse linéaire de18 mètres par seconde à la périphérie de l'anneau on en déduit la vitesse angulaire.

De

$$V = \frac{\pi D N}{60}$$

on tire :

$$N = \frac{60 \times 18}{\pi \times 0,3} = 1150 \text{ tours par minute.}$$

172. Bobinage de l'induit. — La machine devant débiter 200 ampères, chaque moitié de l'anneau devra livrer passage à 100. On sait par expérience qu'une densité de quatre ampères par millimètre carré est un bon chiffre limite pour un induit de ce genre ; il faut donc une section de cuivre de $\frac{100}{4} = 25$ millimètres carrés.

Cette section peut être obtenue à l'aide d'un seul fil, ou répartie entre plusieurs. Un fil unique devrait avoir 6^{mm} de diamètre. C'est une dimension un peu forte ; le fil devient peu maniable et il semble préférable de recourir à l'emploi de deux fils de 4^{mm}, dont la section sera $2 \times 12,56 = 25,12^{mm}$ carrés.

La demi-circonférence extérieure de l'induit est $\frac{1}{2}\pi\ 0^{m}300 = 0^{m}471$.

Un fil de 4^{mm} nu, guipé à 5^{mm}, peut y être placé $\frac{471}{5} = 94$ fois à plat. Le groupe de deux fils en quantité pourrait donc faire 47 tours de spire autour du demi-anneau, avec une seule couche sur la circonférence extérieure. Mais on peut aisément mettre deux couches, et l'entrefer ne sera pas encore trop grand (fig. 166).

Le bobinage peut donc être réalisé par 97 tours de spire des deux fils par demi-anneau. Mais pour laisser la place nécessaire aux attaches de l'anneau avec l'arbre, nous compterons seulement sur 88 spires ; $n = 88$.

Nous les répartirons en 22 bobines élémentaires de quatre spires chacune.

Les dimensions arrêtées sont donc :

Collecteur — 44 divisions.
Bobinage — 2 fils 3^{mm} guipés à 4^{mm} faisant 4 tours.

173. Dimensions de l'induit. — Les autres dimensions de l'induit dépendent du flux de force qui est nécessaire pour obtenir la force e. m. voulue.

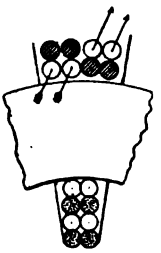


Fig. 166.

Pour obtenir 70 volts extérieurs, il faut compter sur une force e. m. E de 90 volts environ, à circuit ouvert, afin de tenir compte des résistances intérieures et de la réaction de l'induit.

Or, on a, pour valeur du flux utile.

$$f = \frac{30.\ E.\ 10^8}{Nn} = \frac{30.\ 90.\ 10^8}{1150.\ 88} = 2{,}68.\ 10^6 \text{ c. g. s.}$$

Tel est le flux à obtenir.

La section Ω du fer se déduit de cette valeur du flux et de celle de l'induction moyenne B. Pour cette dernière, il convient de ne pas dépasser la valeur 16,000. On a donc.

$$f = B\,\Omega \quad \text{d'où} \quad \Omega = \frac{2{,}68.\ 10^6}{16.\ 10^3} = 167 \text{ c. m. q.}$$

Nous supposerons le noyau formé de tôles de fer d'une épaisseur de $0{,}5^{mm}$. Les diamètres extérieur et intérieur étant 0^m300 et 0^m200, la hauteur du noyau est de 5 centimètres.

Pour obtenir une section $\Omega = 167$ c. m. q., il faut donc une largeur de fer de

$$\frac{167}{5} = 33{,}4$$

Comme ces tôles sont séparées par du papier de 0, 1^{mm} c'est-à-dire ayant un cinquième de l'épaisseur de la tôle, la longueur du noyau d'induit serait au moins $\frac{6}{5} \times 33{,}4$.

De plus, comme le serrage des tôles ne peut jamais être obtenu à bloc, il faut encore tenir compte d'un coefficient de compression de $\frac{100}{98}$ environ.

La longueur cherchée est donc

$$l = \frac{6}{5}\,\frac{100}{98}\,33{,}4 = 41 \text{ c. m. en chiffre rond.}$$

et comprendra 670 tôles de $0{,}5^{mm}$ d'épaisseur.

L'induit est donc arrêté comme suit.

Tôles : diamètre intérieur	200mm
— — extérieur	300
— épaisseur	0,5
— nombre	670
Longueur du noyau	410
Collecteur, divisions	44
Bobinage	2 fils 3mm,4 tours
Vitesse	1150 tours

174. Dimensions de l'inducteur. — Avec la forme projetée, composée de deux électro-aimants opposés, chacun d'eux est parcouru par la moitié du flux. Il suffit donc de calculer l'un d'eux.

Avant de connaître le flux $v\,f$ qui le traverse, il faudrait avoir complètement projeté les dimensions de l'inducteur. Mais on risquerait ainsi de faire une erreur grave, tout étant livré à l'arbitraire.

Aussi est-il plus simple de faire d'abord une hypothèse sur la valeur du coefficient v, et de partir de là pour déterminer les dimensions. Sur celles-ci, on vérifiera ensuite si la valeur supposée à v n'a pas été prise trop faible.

Le flux f utile, dans le demi-anneau, est $f = 2{,}68\ 10^6$ c. g. s. Supposons $v = 1{,}25$, on en tire $f' = v\,f = 3.35\ 10^6$.

Les noyaux des inducteurs étant supposés en fer, il convient de ne pas dépasser une induction moyenne B′ de 10,000 c. g. s. On en tire de suite leur section Ω′ :

$$\Omega' = \frac{3{,}35.\,10^6}{10.\,10^3} = 335 \text{ c. m. carrés}$$

cette section pourra se réaliser par un noyau de 30 c. m. de large et 12 c. m. d'épaisseur, à angles légèrement arrondis.

La longueur est indéterminée : pour la fixer, il faut remarquer que la surface du fil inducteur doit être telle que la chaleur qui y est engendrée se dissipe facilement.

Supposons que l'excitation comporte une dépense égale à 4 p. 100 de l'énergie extérieure. Chaque noyau devra dissiper 1 p. 100 de 14,000 watts, soit 140 watts. Les faces rayonnantes sont seulement les deux faces latérales et la face extérieure. Soit

L la longueur cherchée en décimètres ; leur surface sera L $(2 \times 1,2 + 3,0) = 8,4$ L

D'autre part, l'expérience prouve que l'échauffement limite θ atteinte par des inducteurs de ce genre est d'environ 8° par watt et pour décimètre carré de surface rayonnante. En prenant $\theta = 50°$, on en tire

$$50 = 8° \frac{1400}{8,4\,L}$$

D'où L = 2,67 décimètres, soit 3 décimètres en chiffre rond.

Les culasses, formant bâti, seront en fonte, et en leur supposant une induction de 6000 seulement, on en déduit leur section Ω''.

$$\Omega'' = \frac{10}{6}\,335 = 560 \text{ c. m. carrés}$$

que l'on pourra réaliser avec une largeur de 40 centimètres et une épaisseur de 14 centimètres.

175. — La carcasse générale de la machine se trouve donc établie en avant-projet, conformément au schéma de la figure 167. Les pièces polaires recevront un développement angulaire de 120°, laissant entre leurs pointes un espace de 60°. L'écartement d'axe en axe des noyaux sera pris égal à 0^m270.

L'entrefer sera calculé comme suit :

Sur le noyau, on a :

2 couches fil 4^{mm}.	10^{mm}
Les isolants et les frettes, occupant	2
Soit.	12
Et il faut un jeu de	3
D'où un entrefer total de.	15

Le diamètre d'alésage des pièces polaires serait donc de 330 millimètres.

Il faut maintenant vérifier que les hypothèses qui ont servi de point de départ au calcul ne sont pas trop éloignées de la vérité.

1° Q'une valeur de la force e. m. de 90 volts était convenable pour obtenir 70 volts aux balais.

2° Que la valeur de v n'était pas supérieure à 1,25.

176. — Vérifions d'abord la force e. m.

La résistance intérieure de l'armature peut être calculée.

De balai à balai, elle est égale à celle que présenteraient 11 bobines élémentaires en série : c'est donc

$$11\,\rho\,\frac{l}{s}$$

l étant la longueur des fils d'une bobine élémentaire

s la section de ces fils

ρ leur résistance spécifique.

— l est environ égal à 4 fois le périmètre de l'anneau aug-

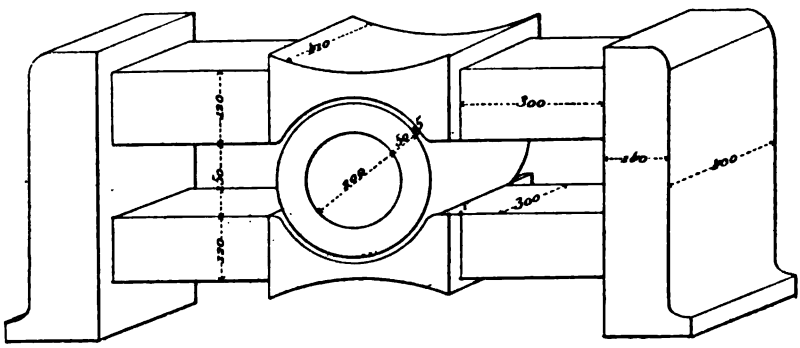


Fig. 167.

menté de 10 p. 100 pour les connexions et surépaisseurs : soit donc $l = 3^m\ 70$

— s est égal à 25, 12 m. m. q.

— ρ résistance spécifique par mètre et millimètre carré est à 0° égal à 0,0162, Mais l'armature s'échauffant, on a, à 60° environ.

$$\rho = 0{,}0162\ (1 + 0{,}004 \times 60^\circ) = 0{,}02$$

La résistance cherchée est donc :

$$R = 11 \times 0{,}02 \times \frac{3.70}{25,12} = 0\ \omega\ 0325$$

Au débit de 200 ampères, elle absorbera

$$Ri = 200 \times 0{,}0326 = 6^v{,}5$$

— D'autre part, on a supposé que l'excitation absorberait 4 p. 100 de l'énergie extérieure, soit, si elle est en série 4 p. 100 × 70^v = 2 ^{v}8.

Ces deux pertes font ensemble 9 v 3, qui ajoutées à 70 v aux balais font 79 v 3.

La différence à 90, soit 10 v 7 représentent la perte de force e. m. due au décalage et à la réaction de l'induit. Elle représente le double à peu près de celle qui est due à la résistance intérieure R; et c'est à cela que se réduit en réalité l'hypothèse faite sur la force e. m.

Nous savons par expérience que ce chiffre est bien de l'ordre de grandeur de celui qu'on observe réellement, et qu'il ne saurait être très éloigné de la réalité.

On peut donc admettre que l'hypothèse faite sur la force e. m. est suffisamment justifiée.

177. — Pour vérifier l'hypothèse faite sur v, il faut calculer successivement d'après les dimensions qui viennent d'être établies les valeurs de la conductibilité k des espaces utiles, et celles K des espaces nuisibles. Le rapport $\frac{\Sigma K}{\Sigma k}$ donnera, comme on l'a vu, la valeur de $v - 1$, et par suite celle de v.

Espaces utiles : 1° *Entrefer direct*

$$\frac{s}{l} = \frac{31,4 \times 41}{1,5} = 858$$

Comme il se rencontre deux fois en série sur le trajet du flux, la conductibilité totale est seulement moitié, soit

$$k_1 = 429$$

2° *Entrefer indirect*, entre les côtés des pièces polaires et les faces planes de l'induit.

$$\frac{s}{l} = \frac{a}{\pi} \text{ lg. nép. } \frac{r_1}{r_2}$$

Nous prendrons

$$r_2 = 5 \text{ c. m.}$$
$$r_1 = 0.65$$
$$\frac{s}{l} = \frac{31.4}{3.14} \text{ lg. nép. } \frac{5}{0.65} = 20,4$$

Valeur qu'il faudrait réduire de moitié pour les deux espaces semblables en série, et doubler ensuite pour les deux côtés de la machine. On a donc

$$k_2 = 20,4$$

3° *Entrefer indirect*, entre les faces courbes du noyau de l'induit, et les larges faces du noyau des inducteurs.

$$\frac{s}{l} = \frac{30}{\pi \frac{60^\circ}{180^\circ}} \text{ lg. nép. } \left[\pi \frac{60}{180} 7.85 + 1.5\right] = 65$$

valeur qu'il faudrait encore doubler pour les deux espaces en série, et réduire de moitié pour les deux groupes d'espaces analogues. Donc

$$k_3 = 65$$

Espaces nuisibles. 1° *Faces en regard* des électros.

La conductibilité évaluée depuis une face jusqu'au milieu de la distance qui la sépare de la face en regard, est :

$$\frac{1}{2} \frac{(30 \times 30 + 45 \times 30)}{7.5} = 150$$

Cette valeur est à réduire de moitié puisqu'elle ne se rapporte qu'à la moitié de l'espace à franchir et à doubler puisqu'il y en a un de chaque côté de la machine.

Mais on a vu aussi qu'il faut encore réduire de moitié (§ 117), à cause de la décroissance de la force magnéto-motrice à mesure qu'on avance vers les culasses. On prendra donc

$$K_1 = 75$$

2° *Faces latérales* des électros inducteurs :

$$\frac{s}{l} = \frac{30}{\pi} \text{ lg. nép. } \frac{19,5}{7,5} = 9,13$$

Valeur à quadrupler pour les quatre espaces semblables, et à réduire de moitié à cause de la décroissance de la force magnéto-motrice. D'où

$$K_2 = 18,26$$

Les autres espaces ont des conductibilités que l'on peut regarder comme négligeables.

On tire donc de ce qui précède

$$v - 1 = \frac{\Sigma K}{\Sigma k} = \frac{93.3}{514.4} = 0,181$$

D'où

$$v = 1,18$$

L'hypothèse $v = 1,25$ semble donc très suffisamment approchée de la vérité pour la carcasse de machine dont il s'agit.

178. — *Caractéristique — Excitation.* La connaissance des propriétés magnétiques des matériaux permettrait maintenant de tracer point par point la caractéristique de la machine considérée, sous forme du flux utile en fonction de l'excitation.

Nous calculerons seulement un seul point de cette courbe, celui qui correspond précisément au flux utile de $2,68 \times 10^6$ *cgs*, et à la force e. m. de 90 volts à 1150 tours. Ce point nous servira à calculer les bobinages d'excitation.

Pour simplifier, nous supposerons que le fer est partout de la même qualité que celui de l'échantillon expérimenté par le professeur Rowland, pour lequel il a obtenu la courbe de la figure 100. Nous supposerons aussi que la culasse en fonte est équivalente à une culasse de fer d'une épaisseur réduite aux deux tiers, ou en d'autres termes, que sa perméabilité est les deux tiers de celle du fer.

On suit pas à pas la marche de calcul indiquée à la fin du § 107.

1° *Culasse*

$$\text{flux } f_1 = 3,35.10^6$$
$$\text{section } s_1 = 30 \times 9,25 = 278$$

induction moyenne

$$B_1 = \frac{f_1}{s_1} = 12100$$

On trouve sur la courbe la valeur correspondante de la force magnétisante H,

$$H_1 = 19$$

On en conclut

$$x_1 = l_1 H_1 = 41,6 \times 19 = 790,4$$

chiffre qui représente, comme on l'a vu, l'excitation nécessaire pour l'aimantation de la culasse seule.

2° *Noyaux d'inducteurs.*

$$\text{flux } f_2 = 3,35.10^6$$
$$\text{section } s_2 = 360$$
$$\text{indication moyenne } B_2 = 9400$$

d'où

$$H_2 = 14$$
$$x_2 = l_2 H_2 = 60 \times 14 = 840$$

3° *Pièces polaires.* — Celles-ci étant très courtes et très larges absorbent peu et peuvent être négligées dans l'exemple présent.

4° *Entrefer.* — Sa conductibilité a été trouvée égale à 429. On n'a ici à prendre que la moitié de ce chiffre, soit 215, puisqu'on ne calcule que pour une moitié de la machine.

La section est $215 \times 3 = 645$.

$$f_3 = 2{,}68.10^6$$
$$s_3 = 645$$
$$B_3 = 4160$$

comme il s'agit d'air, pour lequel $\mu = 1$, on a donc $B = H$: de là

$$H_3 = 4160$$
$$x_3 = l_3 H_3 = 3 \times 4160 = 12480$$

5° Enfin l'*induit*, pour une moitié, donne

$$f_4 = 2{,}68.10^6$$
$$s_4 = 184$$
$$B_4 = 14600$$

d'où

$$H_4 = 30$$
$$x_4 = l_4 H = 16 \times 30 = 480$$

De ce qui précède, on tire par simple addition

$$\Sigma x = 4\pi\, ni$$

Or, on a

$$\Sigma x = 790 + 840 + 12480 + 480 = 14590$$

D'où,

$$ni = \frac{14590}{4\pi} = 1162 \text{ c.g.s} = 11620 \text{ ampère tours}$$

Donc pour obtenir la force e. m. donnée, on devrait prévoir au moins 12,000 ampère-tours sur chaque moitié de la machine.

Ce chiffre est un minimum, car d'une part on a négligé certaines pièces, et de l'autre, le métal employé n'aura sans doute pas les mêmes qualités que celui qui a servi à établir la courbe fondamentale.

Pour achever cet exemple numérique, nous allons calculer l'excitation de la machine, soit en série, soit en dérivation, en comptant sur un chiffre plus élevé, 16,000 ampère-tours par exemple.

Excitation en série. — Pour 16,000 ampère-tours à produire

par 200 ampères, il faut évidemment 80 tours du courant principal sur chaque côté de la machine, soit 40 sur chaque noyau.

On a supposé que 4 p. 100 de la puissance serait absorbée à l'excitation ; soit 1 p. 100 sur chaque noyau. C'est donc une perte de 0,7 volt sur chacun, qui est consentie, et cette condition détermine la section à donner au câble.

La résistance doit être $r = \frac{e}{I} = \frac{0.7}{200} = 0^{\omega},0035$.

La longueur d'une spire étant d'environ $0^{m}80$, on en déduit

$$0,0035 = 0,02 \frac{0,8 \times 40}{s}$$

d'où

$$s = 183 \text{ m. m. carrés}$$

ce qui donne une densité de courant de $\delta = 1,1$ environ.

L'excitation en série est ainsi déterminée.

Excitation en dérivation. — Si l'excitation a lieu en simple dérivation, on a vu que l'on obtenait la section du fil à employer, à l'aide de la relation

$$ni = \frac{E}{\rho l} s$$

d'où, en supposant les quatre électros réunis en série

$$32000 = \frac{70}{0,02 \times 0,8} s$$

ce qui donne :

$$s = 7,3 \text{ m. m. carrés}$$

ce qui correspond à un fil de $3,1^{mm}$ de diamètre environ.

La résistance est encore déterminée par les conditions d'économie. Le courant dépensé sera évidemment de 8 ampères (4 p. 100 de 200) ; et la résistance devra être

$$r = \frac{E}{i} = \frac{70}{8} = 8^{\omega}75$$

pour l'ensemble des quatre enroulements inducteurs.

La densité est comme précédemment voisine de 1,1.

179. — Les dimensions de la machine sont ainsi déterminées, ainsi que les bobinages d'excitation.

Mais il faut insister sur ce point qu'il ne faut pas attribuer à ce calcul une valeur trop absolue. On peut être amené à modifier le résultat obtenu, soit par l'examen des chiffres, qui amènera une modification du projet et un nouveau calcul, soit par expérience faite sur la carcasse construite, ce qui peut conduire à la modifier notablement.

Le calcul n'est qu'un instrument, et ne peut tenir compte d'une foule de circonstances que l'expérience peut seule indiquer au calculateur. Mais il n'en est pas moins précieux, en ce que, s'il ne donne pas les valeurs exactes, il donne avec une grande approximation l'ordre de grandeur des quantités cherchées.

Il reste encore une grande marge dans l'interprétation de ces indications et dans l'appréciation de diverses quantités, comme par exemple, l'induction moyenne à laquelle il faut soumettre le fer, la grandeur de l'entrefer, la meilleure région de la caractéristique, etc. Ces choix sont le rôle de l'ingénieur : mais le calcul lui sera précieux, en simplifiant les tâtonnements des études expérimentales.

Maintenant, la machine qui vient d'être calculée n'est ni la seule, ni sans doute la meilleure qui puisse donner les résultats cherchés ; nous avons entendu donner un type de calcul de machine, et non le calcul d'une machine-type. Il serait possible qu'après construction, on soit amené à en modifier les différentes proportions. L'étude graphique qui a été développée plus haut permettrait en tout cas de le faire après avoir approfondi les conséquences des résultats de l'expérience.

180. Transformation de bobinages sur une même carcasse. — Pour prendre un exemple concret, nous avons supposé dans le calcul qui précède avoir affaire à une machine projetée pour 200 ampères et 70 volts utiles. La carcasse a été déterminée sur ces données : mais elle est valable non seulement pour elles, mais pour toutes les combinaisons donnant 14,000 watts utiles.

Une carcasse donnée correspond en effet à une puissance de

transformation déterminée, indépendante des valeurs des facteurs E et I, mais simplement égale à leur produit.

Cette puissance de transformation n'est constante que pour une vitesse donnée.

Si la vitesse doit varier, la puissance de transformation variera dans le même rapport. Aussi, ce qui est constant pour une machine, c'est la puissance de transformation par tour de l'induit, soit $\frac{W}{N}$.

La carcasse calculée précédemment est donc capable de $\frac{14,000}{1,150} = 12,17$ watts par tour.

On se propose maintenant de déterminer les bobinages de cette machine pour d'autres valeurs E′ et I′ des facteurs de la puissance. On doit conserver égales les quantités telles que densité de courant, poids de cuivre, énergie dépensée pour l'excitation, etc.

Ces conditions fournissent les équations de la transformation. En appelant :

E la force e. m.
I le courant principal
i le courant dérivé (excitation en dérivation)
e la différence de potentiel aux bornes du fil d'excitation en série
r_d la résistance de l'excitation dérivée
r_s — — — en série
R — de l'induit

pour l'une des machines, et en désignant par les mêmes lettres affectées d'un indice les mêmes quantités pour une autre machine : et en appelant K le coefficient de transformation égale à $\frac{E'}{E}$ par exemple, on a les relations :

$$K = \frac{E'}{E} = \frac{I}{I'} = \frac{i}{i'} = \frac{e'}{e} = \frac{\sqrt{r'_d}}{\sqrt{r_d}} = \frac{\sqrt{r'_s}}{\sqrt{r_s}} = \frac{\sqrt{R'}}{\sqrt{R}}$$

qui permettent de calculer les nouveaux éléments en fonction des anciens.

Soit, par exemple, à calculer les bobinages pour 100 volts et 140 ampères de la machine précédemment étudiée, excitée en dérivation. On a :

$$\frac{E'}{E} = \frac{100}{70} = K$$

$$i' = \frac{i}{K} = 5,6 \text{ ampères}$$

$$r' = K^2 r = 17,85 \text{ ohms}$$

la section s' du fil sera :

$$s' = \frac{s}{K} = 5{,}11 \text{ m. m. carrés}$$

l'induit devra avoir $N' = KN$ spires.

Soit, pour le demi-anneau $N' = 126$, et sa résistance sera :

$$R' = K^2 R = 0{,}0664$$

Tous les flux de force restent évidemment les mêmes, le circuit magnétique ne subissant aucune modification, ni dans sa forme, ni dans son excitation.

Ces formules permettent de passer aisément d'un groupe de valeurs à un autre.

181. — Toutefois, on ne peut pas pousser ce calcul à l'extrême, ni dans un sens ni dans l'autre. En effet, d'une part, pour une machine à grande force e.m. et à faible débit, il faudra de toute nécessité faire un sacrifice sur la puissance. Les formules ci-dessus supposent implicitement que l'épaisseur des guipages reste proportionnelle à celle des fils. Or, ceci n'est pas exact : pour les fils fins, il faut des guipages relativement plus épais, et cela d'autant plus que la différence de potentiels des fils voisins est plus grande. Aussi un volume disponible donné contiendra moins de cuivre en fil fin qu'en gros fil, et il en résultera une diminution de la puissance de transformation.

D'autre part, pour l'autre extrémité de l'échelle, c'est-à-dire pour des machines à très grand débit et à faible force e.m., on peut être amené à de mauvaises conditions de fonctionnement.

Soit, par exemple, une machine prévue pour 4,000 ampères et 3,5 volts.

Les spires, sur un demi-anneau, doivent être $N'' = K''N = \frac{88}{20} = 4{,}4$, soit 5 spires seulement. Comme une lame de collecteur ne peut pas correspondre à moins d'une spire, il en résulte qu'on peut *au plus* mettre 10 lames au collecteur. Ce chiffre est tout à fait insuffisant, et on peut être sûr d'avoir une mauvaise marche se traduisant par des courants de Foucault très intenses dans les fils de l'induit, sur les pièces polaires, etc., et par une absorption d'énergie considérable.

Il faut alors changer complètement les proportions de la machine ou bien recourir à un autre modèle, aux types dits unipolaires, par exemple.

Ici encore le calcul n'est pas un guide absolu ; il n'indique, dans le résultat, que ce qui est compris dans les données, et comme celles-ci ne font aucune mention des difficultés que nous venons de signaler, il est clair qu'elles ne pouvaient intervenir dans le résultat.

SIXIÈME PARTIE

MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS

CHAPITRE XIX

DÉFINITION DES VALEURS MOYENNES. — ÉQUATIONS DU COURANT

182. — Les machines dites à courants alternatifs sont celles qui donnent des courants dont la valeur est variable à chaque instant, et qui sont alternativement positifs et négatifs.

Un tel courant peut donc se représenter en fonction du temps par une certaine courbe telle que celle de la figure 5.

Ces courbes peuvent s'obtenir par points successifs, ainsi que l'a fait le premier M. Joubert dans sa remarquable étude de la machine Siemens, et comme nous l'exposerons plus loin.

Leur forme diffère plus ou moins de celle d'une sinusoïde, toutes les conditions de la construction intervenant pour la modifier.

Mais on sait que, d'après Fourier, une fonction périodique quelconque peut être représentée analytiquement par une série de termes contenant le sinus de la variable et ses multiples.

L'équation de la force e. m. peut donc s'écrire :

$$e = E_1 \sin \frac{2\pi}{T} t + E_2 \sin 2 \frac{2\pi}{T} (t - \varphi_1) + \ldots$$

Dans cette série, les termes qui suivent le premier représentent les sinusoïdes qu'il faut superposer à la première considérée

comme sinusoïde primitive, pour obtenir la loi exacte du phénomène.

Il est facile de comprendre qu'une théorie analytique dans laquelle il faudrait faire constamment intervenir une série, ne saurait être d'une utilité pratique réelle, en raison de la longueur des calculs.

Aussi prend-on le parti de négliger les termes supérieurs au premier et d'admettre que les phénomènes suivent la loi sinusoïdale simple. Ce n'est là qu'une approximation, mais elle se justifie par quelques raisons.

M. Joubert a montré que pour la machine Siemens, la forme de la courbe diffère peu de celle d'une sinusoïde, et il en est très probablement de même de toutes les machines dont l'induit ne contient pas de fer.

Pour d'autres types, la différence peut être plus grande, il est vrai ; mais il faut de toute nécessité ou renoncer à toute théorie analytique, ou admettre les simplifications qui la rendent possible. Or, les résultats pratiques qui ont été obtenus de la théorie simple telle qu'elle a été établie par MM. Joubert et Hopkinson ont certainement jeté un grand jour sur la question ; et si, ici encore, le calcul ne peut indiquer que le sens et l'ordre de grandeur des phénomènes, ces résultats, pour ne pas comprendre leur exactitude numérique, n'en sont pas moins précieux.

Aussi trouvera-t-on peu justifiée l'opposition que quelques électriciens étrangers ont faite à cette étude analytique simplifiée des courants alternatifs.

183. — Dans ce qui suivra, nous conserverons toujours les mêmes notations, dont voici le tableau :

e force e. m. à un instant donné
i courant — — —
f flux de force — —
$\mathcal{E}$, $\mathcal{I}$, $\mathcal{F}$ valeurs du maximum de ces quantités
E, I, F leurs valeurs moyennes définies comme ci-dessous

T durée d'une période complète, ou temps périodique
t le temps, variable principale
$m = \frac{2\pi}{T}$, employé pour simplifier les expressions, homogène à une vitesse angulaire
R une résistance
L un coefficient de self-induction

184. Valeurs moyennes. — On peut définir les valeurs moyennes du courant variable de deux manières différentes : l'une, en partant de la loi de Faraday, l'autre, en partant de la loi de Joule.

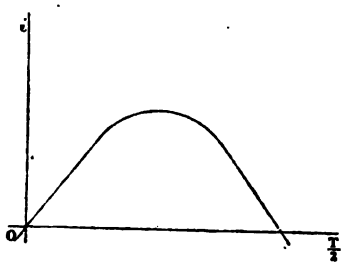


Fig. 168.

Considérant une demi-période (fig. 168) : Pendant le temps $\frac{T}{2}$ correspondant, il a circulé une quantité Q d'électricité et on peut prendre comme valeur moyenne du courant celle du courant constant qui aurait produit la même circulation dans le même temps.

Soit (I) cette intensité, la définition en est exprimée algébriquement par :

$$Q = (I)\frac{T}{2} = \int_0^{\frac{T}{2}} i\,dt$$

Or, on a, par hypothèse ;

$$i = \mathfrak{I} \sin mt$$

D'où :

$$(I)\frac{T}{2} = \int_0^{\frac{T}{2}} \mathfrak{I} \sin mt\,dt = \frac{\mathfrak{I}T}{\pi}$$

et par conséquent :

$$(I) = \frac{2\mathfrak{I}}{\pi}$$

Telle est la première forme.

On peut obtenir la seconde en la définissant : le courant constant qui produirait le même travail d'échauffement dans le même temps. Ce qui s'exprime algébriquement par :

$$RI^2\frac{T}{2} = \int_0^{\frac{T}{2}} Ri^2\,dt$$

ou en remplaçant i par sa valeur

$$= R\mathfrak{I}^2 \int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2 mt\, dt$$

$$= R\mathfrak{I}^2 \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{1 - \cos 2mt}{2}\, dt = \frac{R\mathfrak{I}^2\, T}{4}$$

et, par suite,

$$I = \frac{\mathfrak{I}}{\sqrt{2}}$$

Cette moyenne est plus élevée que la précédente. Leur rapport est $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11$

C'est la dernière seule que nous considérerons dans la suite et c'est aux quantités définies de cette manière que se rapportent les symboles E I F, de telle sorte qu'on a aussi, par définition :

$$E = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}} \qquad F = \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{2}}$$

Ces valeurs peuvent être obtenues de suite sur la sinusoïde représentative : on voit de suite, en effet, que la valeur instantanée i prend la valeur I précisément au temps $\frac{T}{8}$

$$\sin mt = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \sin^2 mt = \cos^2 mt = \frac{1}{2}$$

d'où

$$\frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4} \qquad t = \frac{T}{8}$$

La valeur moyenne est donc égale à celle que prend le courant après 1/8 de période.

185. Equations de courant. — Par suite de leur nature alternative, les courants produisent soit sur leur propre conducteur, soit sur les conducteurs voisins des actions d'induction très considérables. Aussi les coefficients d'induction prennent dans les formules une importance capitale.

Supposons d'abord qu'il n'y ait à considérer que l'action du conducteur sur lui-même, c'est-à-dire la self-induction.

On a, en général,

$$e - L\frac{di}{dt} = Ri \qquad (1)$$

équation différentielle du premier ordre dont il faut tirer la valeur de i [1].

Prenons comme origine des temps le moment où la force e.m. est nulle; nous aurons :

$$e = \mathcal{E} \sin mt$$

Quant au courant, rien ne permet de supposer qu'il sera nul aux mêmes instants que la force e.m.; nous lui supposerons un retard φ, et nous écrirons :

$$i = \mathcal{I} \sin m(t - \varphi)$$

Différencions deux fois, il vient :

$$\frac{di}{dt} = m\,\mathcal{I} \cos m(t - \varphi)$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} = -m^2\,\mathcal{I} \sin m(t - \varphi) = -m^2 i$$

Cette formule $\frac{d_2i}{dt^2} = -m^2 i$, résultant de la propriété de la fonction de se reproduire à un coefficient près à la deuxième dérivation, sera d'un emploi continuel dans ces calculs.

L'équation (1) différenciée, donne :

$$\frac{de}{dt} + m^2 Li = R\frac{di}{dt} \qquad (2)$$

Eliminant $\frac{di}{dt}$ entre ces deux équations, on arrive à :

$$(R^2 + m^2L^2)\,i = Re - L\frac{de}{dt}$$

[1] Il y a deux méthodes pour résoudre cette équation, et toutes les équations analogues. L'une, directe, par élimination de $\frac{di}{dt}$ à l'aide de la différentielle seconde; c'est celle que nous développons ici. La seconde, consiste à mettre *a priori* l'intensité sous la forme :

$$i = a \sin mt + b \cos mt \qquad (1)'$$

Substituant dans (1) cette valeur à i, et celle de sa dérivée à $\frac{di}{dt}$, on obtient une équation en sin mt et cos mt qui doit être satisfaite pour toutes les valeurs de t, car c'est une identité. Donc, en annulant séparément les coefficients, on en tire les valeurs de a et b, qui substituées dans (1') donnent la solution.

Cette seconde méthode est plus pratique lorsque les équations sont compliquées, et permet parfois d'interpréter les résultats quand la résolution des équations est trop laborieuse.

Remplaçant :

$$e \text{ par } \mathcal{E} \sin mt$$

$$\frac{de}{dt} \text{ par } m\,\mathcal{E} \cos mt$$

On a :

$$(R^2 + m^2 L^2)\, i = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(\sin mt + \frac{mL}{R} \cos mt\right)$$

Posons $\frac{mL}{R} = \text{tg. } m\varphi$, et développons :

$$(R^2 + m^2 L^2)\, i = \frac{\mathcal{E}}{R} \frac{\sin m\,(t - \varphi)}{\cos m\,\varphi}$$

et en remplaçant $\cos m\,\varphi$ par sa valeur $\frac{R}{\sqrt{R^2 + m^2 L^2}}$ on a finalement :

$$i = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2 + m^2 L^2}} \sin m\,(t - \varphi) \qquad (3)$$

Cette formule montre

1° Qu'il y a bien un retard entre la sinusoïde du courant et celle de la force e.m. et que ce retard φ, défini par $\text{tg}\, m\,\varphi = \frac{m\,L}{R}$ dépend de la résistance, de la self-induction et de la vitesse.

2° Que le maximum $\mathcal{J}$ du courant n'est pas $\frac{\mathcal{E}}{R}$, mais plus petit et égal à $\frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2 + m^2 L^2}}$, c'est-à-dire dépendant encore des trois quantités énoncées.

186. Représentation graphique. — On peut, à l'aide de procédés simples représenter graphiquement les résultats des calculs faits sur les courants alternatifs lorsqu'on admet la loi du simple sinus (fig. 169). Soit une ligne O M : si on la fait tourner autour de O, sa projection sur X X' représentera à chaque instant O M sin α.

Si l'on prend pour O M la valeur maximum $\mathcal{J}$ d'un courant alternatif donné et si l'on prend pour durée d'une révolution de O M le temps T correspondant à une période, la projection O M' de O M sur X X' représentera la valeur du courant pour l'instant considéré, défini par l'angle α. Une valeur quelconque de O M' est donc égale à $i = \mathcal{J} \sin \frac{2\pi}{T}\, t$, le temps t étant défini par $\frac{\alpha}{2\pi}$ T.

Cette remarque est le point de départ de la méthode de la repré-

sentation graphique des phénomènes alternatifs, représentation dont le professeur Blakesley a fait le plus heureux emploi.

Ces tracés graphiques ont le double avantage d'être plus parlants que les formules algébriques, et de permettre l'interprétation de résultats obtenus à l'aide du calcul intégral dont l'emploi est indispensable pour ces phénomènes, mais n'est pas à la portée de tout le monde.

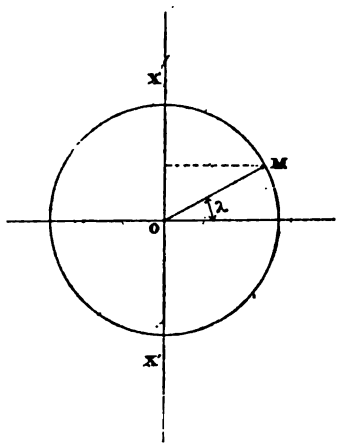


Fig. 169.

Pour les employer logiquement et utilement, il faut que toutes les lignes analogues d'un diagramme représentent des quantités homogènes, c'est-à-dire, soit des courants, soit des forces électromotrices.

Cependant, on pourra sur un même tracé avoir une ligne représentant le courant, et une autre qui représentera, par exemple, non pas la force e. m., mais le courant fictif qui serait dû à cette force e. m. agissant sur une résistance égale à celle qui est en circuit, mais dépourvue de self-induction. C'est une manière indirecte, mais très exacte, de la représenter.

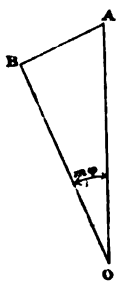


Fig. 170.

Ainsi, pour le cas que nous venons de traiter : soit O A la valeur de $\frac{\mathcal{E}}{R}$ (fig. 170).

De O menons, en arrière par rapport au sens supposé de rotation une droite O B faisant avec O A l'angle $m\varphi$ défini par

$$\text{tg. } m\varphi = \frac{m\,L}{R}$$

et menons A B perpendiculaire sur O B.

La ligne O B représente, en grandeur et position, la valeur du courant i.

Elle est bien, en effet, en retard sur O A qui représente $\mathcal{E}$, de la valeur $m\varphi$, et l'on a

$$OB = OA \cos m\varphi$$
$$= \frac{\mathcal{E}}{R} \cos m\varphi$$

or l'expression

$$i = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2 + m^2 L^2}} \sin m (t - \varphi)$$

donne pour valeur du maximum $\mathcal{I}$, qui se produit pour $\sin m (t - \varphi) = 1$.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2 + m^2 L^2}}$$

or comme on a, par définition

$$\operatorname{tg} m \varphi = \frac{m L}{R}$$

il en résulte

$$\cos m \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + m^2 L^2}}$$

d'où l'on conclut, en remplaçant $\sqrt{R^2 + m^2 L^2}$ par l'expression que l'on tire de cette dernière formule :

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} \cos m \varphi \sin m (t - \varphi) \qquad (4)$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \cos m \varphi$$

Les expressions (3) et (4) sont identiques. Pour les tracés graphiques, il est toujours plus aisé de mettre en évidence les lignes trigonométriques.

Fig. 171.

Enfin, on peut aussi (fig. 171) représenter par OM le courant réel maximum, et chercher à représenter le courant fictif maximum $\frac{\mathcal{E}}{R}$ qui définirait la force e. m.

Le tracé consiste alors à mener par M la ligne faisant l'angle $m\varphi$ avec MO, et de mener OP perpendiculaire à OM (fig. 171).

La ligne MP représente alors la force e. m. Elle ne passe plus en O, mais cela ne change rien à la valeur de sa projection sur un axe vertical quelconque. On voit que cette projection est passée par le maximum de sa valeur avant celle de OM, et le temps qui sépare ces deux phénomènes est bien défini par l'angle $m\varphi$.

Ces quelques mots de développement sur le tracé graphique le plus simple suffisent pour indiquer l'utilité des diagrammes et

dispenseront de plus amples explications pour les cas plus compliqués qui se présenteront par la suite.

187. Courant dans un circuit présentant deux parties douées de self-induction.

Dans les formules précédentes, L peut être le coefficient de self-induction de la machine, qui est toujours très notable. Le reste du circuit est alors implicitement supposé formé de résistances simples, à self-induction négligeable telles que des fils rectilignes ou des lampes à incandescence.

Mais le cas peut être tout autre, et on peut avoir en circuit un organe récepteur comportant une self-induction N.

Soit R la résistance de la première partie et r celle de la seconde.

L'équation générale est alors.

$$e - (L + N)\frac{di}{dt} = (R + r)\,i \qquad (5)$$

On reconnaît, à première vue, que tout se passe comme si l'on n'avait en circuit qu'une seule self-induction égale à L + N égale à la somme des deux autres. En d'autres termes, l'effet des self-inductions s'ajoute de même que celui des résistances.

Mais le diagramme représentatif peut se tracer en considérant les deux séparément, et permet de voir comment varie la force e. m. $\mathcal{E}$ nécessaire pour obtenir un certain courant quand on fait varier l'un des deux éléments, N par exemple.

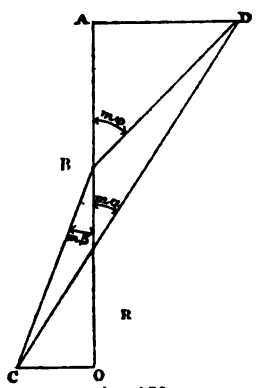


Fig. 172.

Soit (fig. 172) O A le courant : on la divise par le point B en deux parties proportionnelles à R et r.

Du point B menons les droites faisant les angles $m\,\alpha$ et $m\,\beta$ définis par

$$\operatorname{tg} m\,\alpha = \frac{m\,L}{R}$$

$$\operatorname{tg} m\,\beta = \frac{m\,N}{r}$$

Menons OC et AD perpendiculaires à OA, et joignons CD.

La ligne CD représente, en grandeur et en phase, la ligne de force électro-motrice $\left(\text{c'est-à-dire le courant fictif } \frac{\mathcal{E}}{R+r}\right)$ on a, en effet :

$$\operatorname{tg} m\varphi = \frac{CO + AD}{OB + AB} = \frac{r \operatorname{tg} m\beta + Rm \operatorname{tg} \alpha}{R + r}$$

$$= \frac{r\frac{mN}{r} + R\frac{mL}{R}}{R + r} = \frac{m(L + N)}{R + r}$$

La phase est donc bien celle qu'indique la solution de l'équation (5).

Enfin CD est bien la grandeur exacte, car on a :

$$CD = \frac{OA}{\cos m\varphi} = \frac{\mathcal{J}}{\cos m\varphi} = \mathcal{E}$$

188. Courant sur un circuit présentant une self-induction et une induction mutuelle. — On suppose maintenant un cas plus général encore : celui où le circuit parcouru par le courant alternatif agit aussi par induction sur un circuit secondaire. Les courants dans les deux circuits sont alors liés entre eux par une certaine relation.

En supposant encore, pour plus de généralité, que dans le circuit secondaire, il existe aussi un force e. m. périodique, indépendante de celle qui est due à l'induction mutuelle, on a les équations suivantes, où M est le coefficient d'induction mutuelle.

$$e_1 - L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} = R_1 i_1 \tag{6}$$

$$e_2 - L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} = R_2 i_2 \tag{7}$$

En différenciant l'équation (7), et en y remplaçant

$$\frac{d^2i_1}{dt^2} \text{ par } -m^2 i, \text{ et } \frac{d^2i_2}{dt^2} \text{ par } -m^2 i_2$$

on a :

$$\frac{de_2}{dt} + L_2 m^2 i_2 + M m^2 i_1 = R_2\frac{di_2}{dt} \tag{8}$$

Et, en éliminant $\frac{di_2}{dt}$ entre les équations (7) et (8), et en différenciant l'équation résultante, on arrive a :

$$\left(R_2^2 + m^2 L_2^2\right) \frac{di_2}{dt} = R_2 \frac{de_2}{dt} + m^2 L_2 e_2 + m^2 M \left(R_2 i_1 - L_2 \frac{di_1}{dt}\right)$$

et de cette expression, on tire aisément l'expression de la force e. m. d'induction $- M \frac{di_2}{dt}$, qui agit du second circuit sur le premier. C'est, en effet :

$$- M \frac{di_2}{dt} = - \frac{M}{R_2^2 + m^2 L_2^2} \left[R_2 \frac{de_2}{dt} + m^2 L_2 e_2 + m^2 M \left(R_2 i_1 - L_2 \frac{di_1}{dt}\right)\right]$$

Cette expression peut s'écrire

$$- M \frac{di_2}{dt} = \varepsilon + \rho i_1 + \lambda \frac{di_1}{dt} \tag{9}$$

en posant :

$$\rho = \frac{m^2 M^2}{R_2^2 + m^2 L_2^2} R_2 = k_2^2 R_2$$

$$\lambda = k_2^2 L_2$$

$$\varepsilon = - \frac{M}{R_2^2 + m^2 L_2^2} \left(R_2 \frac{de_2}{dt} + m^2 L_2 e_2\right) = k_2 \mathcal{E}_2 \sin m (t - \beta_2 - \varphi_2)$$

L'expression (9) montre que tout se passe dans le circuit primaire, comme si, le secondaire étant supprimé, on ajoutait une résistance $+ \rho$ une self-induction $- \lambda$ et une force e. m. ε qui présente un certain retard φ_2 sur e_2.

La considération des quantités ρ, λ et ε permet de mettre l'équation générale du courant i_1 sous la forme

$$e_1 + \varepsilon = \left(L_1 - \lambda\right) \frac{di_1}{dt} = (R_1 + \rho) i_1$$

et d'en obtenir immédiatement l'expression.

Elle montre de plus, que les constructions graphiques construites avec les formules où ne figure pas l'induction mutuelle M, subsistent encore pour les cas où elle intervient pourvu qu'on donne aux symboles les valeurs convenables, telles qu'elles sont définies par les équations qui viennent d'être développées.

189. Courant sur une ligne contenant un condensateur. — Soit en O une source à courants alternatifs (fig. 173), soit OAMBO un circuit

supposé pour le moment dépourvu de self-induction. En A et B, on relie les armatures d'un condensateur.

Comme la différence de potentiels en ces points est constamment variable, le condensateur se charge et se décharge alternativement. Les courants ne peuvent donc plus être les mêmes dans les deux parties du circuit.

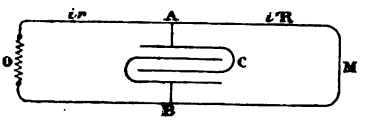


Fig. 173.

Soient r et i les résistance et intensité en AOB et R et i' les mêmes quantités en BMA.

Soit V la différence de potentiels entre A et B
C la capacité du condensateur.

L'application des lois de Kirchoff ou circuits OACB puis AMBC donnent :

$$ri = \mathcal{E} \sin mt - V \tag{10}$$

$$Ri' = V \tag{11}$$

enfin on a aussi

$$(i - i')\, dt = C dV \tag{12}$$

La résolution de ces équations est facile.

De (11) on tire

$$R di' = dV$$

De (11) et (12)

$$i = i' + CR \frac{di'}{dt}$$

De (10)

$$(R + r)\, i' + CRr \frac{di'}{dt} = \mathcal{E} \sin mt$$

Eliminant maintenant $\frac{di'}{dt}$ entre cette équation et sa dérivée, on obtient rapidement la solution donnée par les équations suivantes :

$$i' = \mathcal{E} \frac{(R + r) \sin mt - CR\, rm \cos mt}{(R + r)^2 + C^2R^2 r^2 m^2}$$

$$V = Ri' = R \ldots \text{ etc}$$

$$i = \mathcal{E} \left(\frac{1}{r} \sin mt - \frac{R}{r} \frac{(R + r) \sin mt - CR\, r\, m \cos mt}{(R + r)^2 + C^2R^2 r^2 m^2} \right)$$

En posant tang. $m\,\psi = \frac{CRrm}{R+r}$, il vient

$$i' = \mathcal{E}\,\frac{\sin m\,(t-\psi)}{\sqrt{(R+r)^2 + C^2R^2\,r^2\,m^2}}$$

$$i = \mathcal{E}\left(\frac{\sin mt}{r} - \frac{R}{r}\,\frac{\sin m\,(t-\psi)}{\sqrt{(R+r)^2 + C^2R^2\,r^2\,m^2}}\right)$$

Représentation graphique. — On transforme d'abord les formules. Le courant i' peut s'écrire de suite

$$i' = \frac{\mathcal{E}}{R+r}\cos m\,\psi\,\sin m\,(t-\psi)$$

Le courant i se met aisément sous la forme

$$i = \mathcal{E}\,\frac{\sqrt{(R\sin^2 m\,\psi + r)^2 + R^2\sin^2 m\,\psi\cos^2 m\,\psi}}{r\,(R+r)}\,\sin m\,(t-\alpha)$$

avec

$$\text{tang. } m\,\alpha = \frac{R\sin m\,\psi\cos m\,\psi}{\sqrt{(R\sin^2 m\,\psi + r)^2 + R^2\sin^2 m\,\psi\cos^2 m\,\psi}}$$

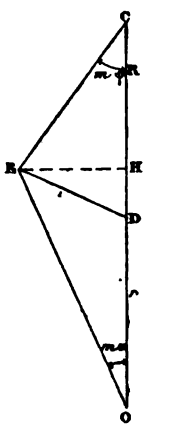


Fig. 174.

Cela posé : soit OC (fig. 174) la ligne qui représente $\mathcal{E}$, force e. m. maxima de la source. On la divise par le point D proportionnellement à R et r.

Menons CE sous l'angle ψ, et pour D menons-lui la perpendiulaire DE. Enfin joignons OE.

Dans ce tracé :

CE est le maximum de V en grandeur et en phase

EO est celui de ri en grandeur et en phase

DOE est l'angle $m\alpha$ défini plus haut

En effet

$$V_m = RI' = \mathcal{E}\,\frac{R}{R+r}\cos m\,\psi$$

Or

$$CE = CD\cos m\,\psi = \mathcal{E}\,\frac{R}{R+r}\cos m\,\psi$$

D'autre part :

$$r\,I = \mathcal{E}\,\frac{\sqrt{(r + R\sin^2 m\,\psi)^2 + R^2\sin^2 m\,\psi\cos^2 m\,\psi}}{R+r}$$

Or on a bien :

$$HD = ED \sin m\psi = CD \sin^2 m\psi = \mathcal{E} \frac{R}{R+r} \sin^2 m\psi$$

$$OH = \mathcal{E} \frac{r + R \sin^2 m\psi}{R+r}$$

$$EH = CD \sin m\psi = \mathcal{E} \frac{R}{R+r} \sin m\psi \cos m\psi$$

et par suite

$$OE = \sqrt{\overline{OH}^2 + \overline{EH}^2} = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \sqrt{(r + R \sin^2 m\psi) + R^2 \sin^2 m\psi^2 \cos m\psi}$$

Enfin il est bien évident que DOE n'est autre que l'angle $m\alpha$.

On voit par cette construction, que quelle que soit la capacité du condensateur, on aura toujours OE > OD et CE < CD. En d'autres termes, la force e. m. dépensée en avant du condensateur est plus grande, et celle dépensée en arrière est plus petite que s'il n'y avait pas de condensateur.

190. — Un cas particulier intéressant du problème ci-dessus est celui où la partie AMB n'existe pas, et où l'on a simplement une capacité C où l'extrémité d'une ligne r.

On trouve alors facilement le courant :

$$i = \mathcal{E} \frac{Cm}{\sqrt{1 + C^2 m^2 r^2}} \cos m(t - \beta) = \frac{\mathcal{E}}{r} \sin m\beta \cos m(t - \beta) \qquad (13)$$

avec :

$$\operatorname{tang} m\beta = C m r$$

La différence de potentiels aux bornes du condensateur est alors :

$$V = \mathcal{E} \sin mt - ri$$

en remplaçant i par sa valeur, et développant on trouve finalement :

$$V = \mathcal{E} \frac{\sin m(t - \beta)}{\cos m\beta} \qquad (14)$$

dont le maximum est $\frac{\mathcal{E}}{\cos m\beta}$.

On tire des équations (13) et (14) ces conséquences intéressantes, que :

1° La phase du courant est *en avance* de $\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ sur celle de la force e. m.

2° La différence de potentiels V est en retard de β sur la force e. m., mais ses valeurs sont plus élevées que celles de cette dernière.

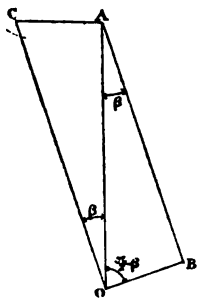


Fig. 175.

La représentation graphique est celle de la figure 175, où OA étant $\frac{\mathcal{E}}{r}$, OB représente le courant réel en grandeur et en phase et OC représente $\frac{V}{r}$, c'est-à-dire le courant fictif qui serait dû à la différence de potentiel V.

On voit donc que le fait de relier un condensateur aux bornes d'une source à courants alternatifs a pour effet d'augmenter la différence de potentiel à ses bornes, la machine étant supposée dénuée de self-induction.

191. Courant sur un circuit ayant une self-induction et une capacité. — Ce problème est évidemment le vrai problème général : mais nous avons exposé d'abord le précédent parce qu'il est plus simple, et encore aisé à traiter analytiquement.

Il n'en est plus de même de celui-ci, pour lequel la résolution des équations différentielles, quoique simple est extrêmement laborieuse.

Elle est du reste inutile, car les tracés graphiques précédemment établis permettent de compléter le diagramme en tenant compte de l'effet de la self-induction.

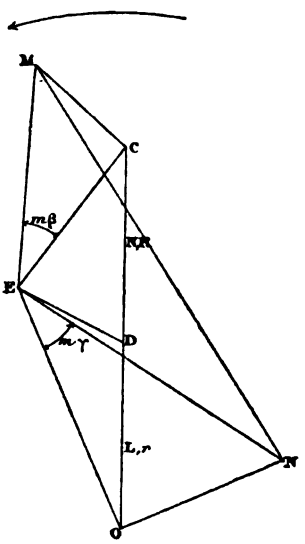


Fig. 176.

Soient en effet les valeurs L et N dans R et r respectivement, et soient $m\beta$ et $m\gamma$ les angles correspondants définis comme d'habitude (fig. 176).

On sait que pour en tenir compte, il faut pour chacune des

parties R et r augmenter les forces e. m. dans le rapport $\frac{1}{\cos m\beta}$ et $\frac{1}{\cos m\gamma}$.

Par suite, de E nous menons, dans le sens du mouvement EM faisant $m\beta$ avec EC et EN faisant $m\gamma$ avec EO. Ensuite, nous menons CM et ON perpendiculaires sur CE et OE, et nous joignons les points M et N ainsi obtenus.

La ligne MN représente alors, en grandeur et en phase, la force e. m. nécessaire pour produire le courant observé, comparativement à celle mesurée par OC, qui donnerait le même courant en l'absence de capacité et de self-induction.

En d'autres termes, l'effet de ces quantités est de réduire le courant dans le rapport de OC à MN, et les grandeurs EM et EN donnent en grandeur et en phases les forces e. m. absorbées dans chacune des parties du circuit.

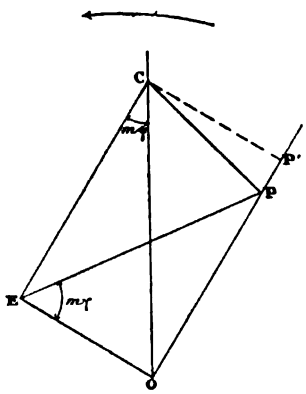


Fig. 177.

Ce diagramme permet de mettre en évidence un cas particulier simple. Pour une certaine valeur de L supposé varier pendant que N reste fixe, la ligne MN tombe perpendiculairement sur ON, et prend une valeur minimum. Donc si L est petit, on a intérêt à l'augmenter jusqu'à la valeur convenable, et l'on se trouve ainsi en présence d'un cas remarquable où une self-induction qui augmente a pour résultat d'augmenter aussi le courant.

Enfin, si le circuit ne se prolonge pas au delà du conducteur, ($R = \infty$), la valeur de tang $m\psi$ des formules précédentes devient simplement Cmr, et la construction est la suivante (fig. 177) :

Sur OC, menons CE sous l'angle $m\psi$ et OE perpendiculaire à CE. Puis menons EP sous l'angle $m\gamma$ et menons OP perpendiculaire à OE.

La ligne CP est alors la force e. m. nécessaire à produire le courant observé. Or, on remarque que, suivant la valeur de $m\gamma$, le point P peut être amené à tomber en un point quelconque de la ligne OP'. En particulier, on peut l'amener, en faisant varier $m\gamma$

c'est-à-dire C, a tomber en P′, perpendiculairement sur cette ligne, ce qui correspond au minimum de sa valeur. Si cela est, les angles $m\gamma$ et $m\psi$ sont égaux et l'on a $\left(\frac{1}{Cmr} = \frac{mL}{r}\right)$ d'où $Cm^2 L = 1$.

Ce problème est d'ailleurs facile, ainsi réduit au cas particulier, à traiter analytiquement. En partant des formules :

$$idt = C dV$$

$$\mathcal{E} \sin mt - L \frac{di}{dt} - V = ri$$

On obtient facilement :

$$i = \mathcal{E} \frac{Cm (1 - Cm^2 L) \cos mt + C^2 m^2 r \sin mt}{(1 - Cm^2 L)^2 + C^2 m^2 r^2}$$

Si l'on a la relation indiquée $1 - Cm^2 L = 0$, on en tire.

$$i = \frac{E \sin mt}{r}$$

De cette expression, on conclut que le courant i est exactement en grandeur et en phase, ce qu'il serait s'il n'y avait ni capacité ni self-induction. Le diagramme indique le même résultat; la force e. m. CP′ qui produit le courant observé est exactement égale en grandeur et en phase à EO, force e.m. réelle.

On peut donc tirer des formules précédentes les conclusions suivantes :

1° L'introduction d'une self-induction dans un circuit alternatif *retarde* la phase du courant et exige qu'on *augmente* la force e.m. nécessaire pour obtenir le même courant que précédemment.

2° L'introduction d'une capacité dans un circuit alternatif *avance* la phase du courant et permet qu'on *réduise* la force e.m. nécessaire pour obtenir le même courant que précédemment.

3° Pour des valeurs convenables des deux quantités, il peut y avoir compensation des effets, ou bien l'un ou l'autre peuvent prédominer.

On comprend donc que l'on pourra avoir intérêt à donner de la self-induction à un câble, si l'on veut compenser l'effet de sa capacité. Le cas peut se présenter pour la téléphonie à longue distance par exemple.

De même, on peut corriger l'effet de la self-induction de cer-

tains appareils télégraphiques par un emploi judicieux des condensateurs, et augmenter ainsi beaucoup la puissance de transmission sur une ligne donnée.

La compensation n'est jamais absolue; car L est toujours en réalité fonction de i, tandis que C ne l'est pas. Elle n'est donc qu'approximative, mais les résultats n'en sont pas moins importants.

Nous avons donc ici un exemple de l'utilité de la théorie même simplifiée par des hypothèses nombreuses. L'analyse a indiqué la voie à suivre, et l'expérience, en télégraphie au moins, a pleinement justifié les indications du calcul.

192. Résistance d'un fil au courant alternatif. — Lorsqu'un fil est parcouru par un courant alternatif, sa résistance n'est pas égale en général à celle que l'on peut déduire des procédés électrométriques dans lesquels on emploie le courant continu d'une pile ou d'une machine.

On sait en effet que la répartition du courant dans la section transversale du fil y est homogène lorsque le courant est continu et uniforme; mais il n'en est plus de même lorsque le courant est alternatif et à courte période.

Dans ce cas, le courant se localise plus spécialement dans les couches extérieures, où la densité devient plus forte que la densité moyenne. Dans les couches centrales, la densité est moindre.

Cet effet est d'autant plus sensible que la rapidité des renversements est plus grande et que le fil est plus gros.

Sir W. Thomson a analysé cet effet, et indiqué une analogie mécanique de ce phénomène. Si l'on suppose un tube indéfini plein d'un liquide visqueux et si l'on imagine que l'on fasse glisser le tube d'un mouvement continu et uniforme dans sa propre enveloppe, c'est-à-dire en conservant la direction de son axe, le mouvement se transmet peu à peu au liquide et un régime permanent finit par s'établir tel que le liquide est entraîné uniformément.

Mais si le mouvement est *alternatif*, il ne se transmet plus au liquide de manière à l'entraîner uniformément avec lui. Les couches extérieures en contact avec le tube, y participent presque

complètement : mais les couches plus profondes y participent de moins en moins jusqu'au centre, où l'action est la plus faible.

Plus le mouvement sera rapide, et moins il aura le temps de se propager profondément.

Un effet analogue se produit dans un fil homogène parcouru par un courant alternatif. Sa résistance sera donc accrue en apparence, et sir Thomson a donné les formules qui permettent de la calculer.

Appelant

ρ La résistance spécifique du métal.
R_c La résistance à un courant continu.
a Le rayon du conducteur.
R_A La résistance au courant alternatif.
δ_A La densité à une distance r de l'axe.
Δ_A La densité dans l'axe.
$N = \frac{1}{T}$ Le nombre de périodes par seconde.

on a :

$$\delta_A = \Delta_A \left(\varphi(q) \cos mt - \psi(q) \sin mt\right)$$

où

$$q = 2\pi \sqrt{\frac{2N}{\rho}}\, r$$

et où les fonctions $\varphi(q)$ et $\psi(q)$ sont définies par les séries.

$$\varphi(q) = 1 - \frac{q^4}{2.\,4} + \frac{q^8}{2^2.\,4^2.\,6^2.\,8^2} - \ldots\ldots$$

$$\psi(q) = \frac{q^2}{2} - \frac{q^6}{2^2.\,4^2.\,6^2.} + \ldots\ldots$$

On en déduit :

$$\frac{R_A}{R_c} = \frac{1}{2} p \frac{\varphi(q)\,\psi'(p) - \psi(p)\,\varphi'(q)}{\varphi'(p)^2 + \psi'(p)^2}$$

où p est la valeur de q pour $r = a$.

La valeur de ce rapport a été calculée pour le cas particulier où $N = 80$, c'est-à-dire, où l'on a 160 renversements par seconde nombre adopté dans les machines Ferranti par exemple.

Comme ρ, pour le cuivre, est d'environ $1{,}61 \times 10^3$ cgs. on a $q = 1{,}98\, r$ soit $2\, r$ environ. On a alors le tableau suivant, dans lequel les chiffres de la première colonne sont approximativement égaux au diamètre du conducteur.

VALEURS NUMÉRIQUES

$2a_{80}$	$\frac{R_A}{R_C}$	$2a_{40}$
0,0	1,0000	0,0
0,5	1,0000	0,71
1,0	1,0001	1,41
1,5	1,0258	2,12
2,0	1,0805	2,83
2,5	1,1747	3,54
3,0	1,3186	4,24
3,5	1,4920	4,95
4,0	1,6778	5,66
4,5	1,8628	6,36
5,0	2,0430	7,07
5,5	2,2190	7,78
6,0	2,3937	8,48
8,0	3,0956	11,3
10,0	3,7940	14,1
15,0	5,5732	21,2
20,0	7,3250	28,3

La formule

$$q = 2\pi \sqrt{\frac{2N}{\rho}}\, r$$

permet de passer d'une périodicité à une autre en utilisant le tableau de sir Thomson, et sans refaire les calculs qui sont fort laborieux. Si l'on passe en effet d'une périodicité N à une autre N', les valeurs de q seront les mêmes si l'on a.

$$r' \sqrt{N'} = r \sqrt{N}$$

on peut donc calculer les rayons r' correspondant aux valeurs du rapport $\frac{R_A}{R_C}$ du tableau précédent.

C'est ainsi qu'ont été calculées les valeurs de $2a_{40}$ indiquées en troisième colonne, et qui correspondent à la valeur de 40 périodes par seconde, qui est employée dans les machines et appareils Zipernowsky.

On voit combien on pourrait se tromper en employant de gros conducteurs massifs pour conduire des courants alternatifs intenses.

Au delà de 15 mm avec 80 périodes par seconde et de 20 mm

avec 40 périodes la résistance commence à être hors de proportion avec le volume du cuivre employé en conducteur.

Il y a évidemment intérêt, dans ce cas, à employer un conducteur creux, et on se rendra compte approximativement de sa résistance, en calculant celle du conducteur plein et celle du cylindre intérieur, et faisant la différence.

La valeur de la self-induction d'un conducteur varie aussi avec son diamètre : mais cet élément a moins d'importance que le précédent.

Les valeurs de la résistance ainsi définies sont des valeurs réelles, en ohms, qui multipliées par le carré I^2 du courant moyen, donnent la valeur de l'énergie dépensée en chaleur dans le fil.

193. Energie des courants alternatifs. — La formule générale de la conservation de l'énergie donne

$$\int ei\,dt = \int Ri^2\,dt + \int Li\,\frac{di}{dt}\,dt$$

D'où

$$\int ei\,dt = \int Ri^2\,dt + \frac{Li^2}{2}$$

Cette dernière quantité $\frac{Li^2}{2}$ est emmagasinée, sous une forme inconnue, dans les conducteurs ou dans les milieux environnants.

Dépensée à l'origine, elle est restituée lors de l'arrêt, et correspond aux *extra-courants*. Son effet est de déformer les premières et les dernières branches de la courbe du courant.

La dépense courante réelle est donc, en fonction des valeurs instantanées de la force e. m. et du courant, égale a

$$R\int i^2\,dt$$

Il faut l'exprimer en fonction des valeurs moyennes E et I

De

$$e = \mathcal{E}\sin mt$$
$$i = \mathcal{I}\sin m(t-\varphi)$$

on tire

$$T = \int ei\,dt = \mathcal{E}\mathcal{I}\int[\sin mt \sin m(t-\varphi)]\,dt$$

En développant $\sin m\,(t - \varphi)$, et remplaçant ensuite par une transformation connue :

$$\sin^2 mt \text{ par } \frac{1 - \cos 2mt}{2}$$

$$\sin mt \cos mt \text{ par } \frac{\sin 2mt}{2}$$

il vient

$$\mathcal{T} = \mathcal{E}\mathcal{J}\left[\cos m\varphi\left(\frac{t}{2} - \frac{\sin 2mt}{4m}\right) + \sin m\varphi\,\frac{\cos 2mt}{4m}\right]$$

En intégrant pour un nombre exact K de périodes, c'est-à-dire entre $m\,t = 0$ et $m\,t = \mathrm{K\,T}$ (ou $t = 2\,\mathrm{K}\,\pi$), il vient :

$$\mathcal{T} = \frac{\mathcal{E}\mathcal{J}\cos m\varphi}{2}\,\mathrm{K\,T} = \mathrm{EI}\cos m\varphi\,\mathrm{KT}$$

La *puissance* est donc simplement.

$$\mathrm{W} = \mathrm{EI}\cos m\varphi$$

expression qui peut être transformée de diverses manières en remplaçant le cos. par sa valeur en fonction de m L et R.

194.— Cette expression montre, en particulier, pourquoi on peut mettre en court-circuit sans grand danger une machine à courants alternatifs, à l'encontre de ce qui a lieu pour les machines à courants continus.

Si l'on suppose R petit, on peut le négliger et prendre comme expression approchée du courant

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}}{m\mathrm{L}}$$

et comme expression de la puissance :

$$\mathrm{W} = \frac{\mathrm{E}^2}{m\mathrm{L}}\cos m\varphi$$

Mais, si R est faible, $\mathrm{tg}\, m\varphi = \frac{m\mathrm{L}}{\mathrm{R}}$ est grand et par conséquent $\cos m\varphi$ très petit. Il y a donc peu d'énergie absorbée, et par suite peu d'échauffement.

Cependant la valeur de cet échauffement dépend des grandeurs

respectives de m L et R et il peut être ou plus grand, ou plus petit que celui de la machine fonctionnant en régime normal.

Le calcul montre que, pour certaines machines à faibles alternations (T = 0"025) il est un peu plus grand, tandis que pour les alternations rapides (T = 0"0125) il est un peu plus petit que l'échauffement normal.

CHAPITRE XX

MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS

195. Caractéristique. — La caractéristique, définie la force e. m. moyenne en fonction de l'excitation, se détermine exactement comme pour les machines à courant continu : seuls les instruments de mesure changent, et doivent être choisis convenablement pour le genre de courants dont il s'agit.

Nous rappellerons seulement que les voltmètres de Cardew, et analogues, et les électromètres peuvent s'employer pour la mesure des volts.

L'électrodynamomètre Siemens, sous ses diverses formes, s'emploiera pour mesurer les courants.

Enfin les électrodynamomètres à deux circuits ou wattmètres, donneront la mesure de la puissance, ou encore celle de la différence de phase entre deux courants.

Les instruments à champ magnétique directeur, propres à la mesure des courants continus, ne donnent rien avec les courants alternatifs

Les appareils du genre Hummel, peuvent donner des indications exactes, à condition d'être étalonnés tout spécialement pour la périodicité du courant alternatif employé.

Les courbes ainsi obtenues, $E = f(n\ i)$ ne sont plus en relation aussi simple avec l'induction que dans le cas des machines continues.

En effet, ce n'est plus l'induction maximum, mais bien une certaine induction moyenne qu'il faut considérer ; et comme celle-ci est nécessairement moindre que le maximum, on peut s'attendre à ce que la caractéristique aura une courbure plus allongée que

celle des machines continues. C'est ce qu'on remarque en effet sur la première des courbes de la figure 178.

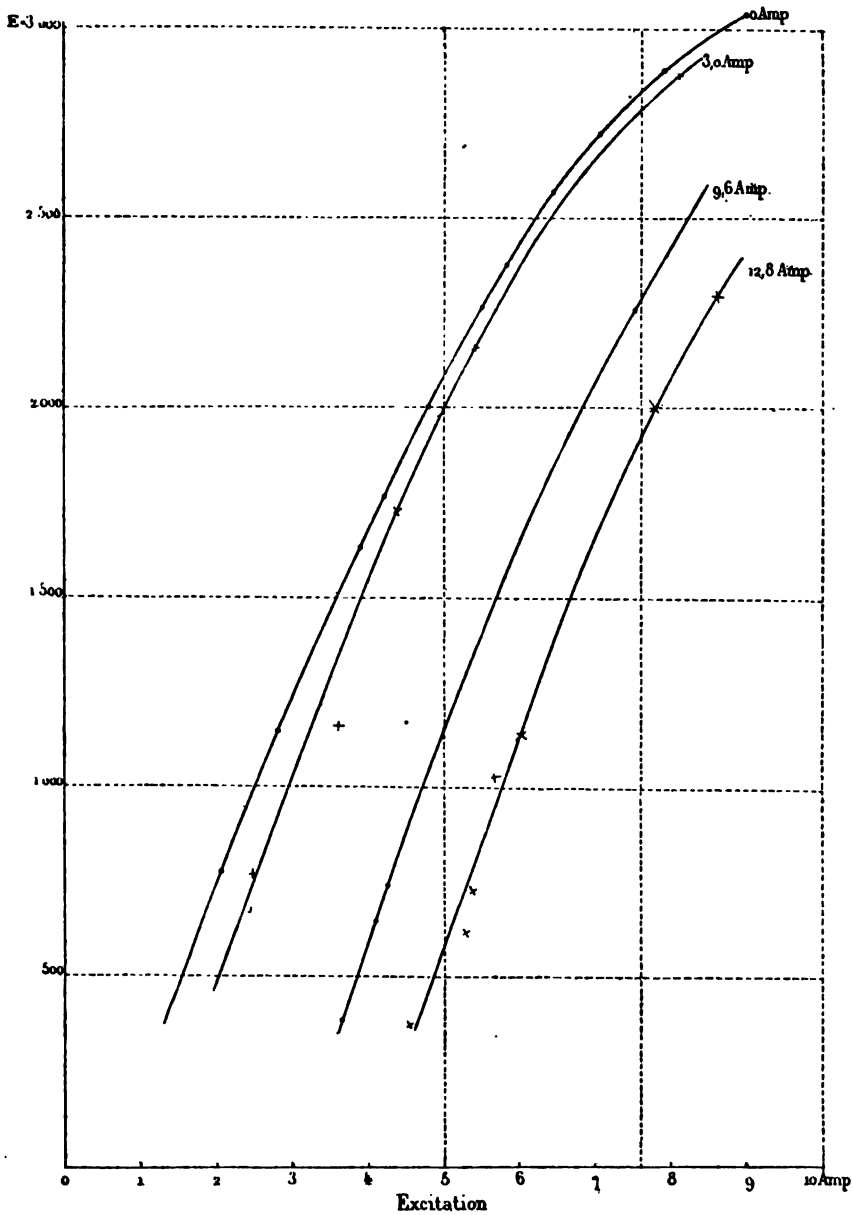


Fig. 178.

L'étude d'une machine à courants alternatifs peut se faire d'une manière simple comme il suit.

196. — On relie les bornes de la machine à une résistance réglable, sans self-induction ; on dispose sur le circuit d'excitation,

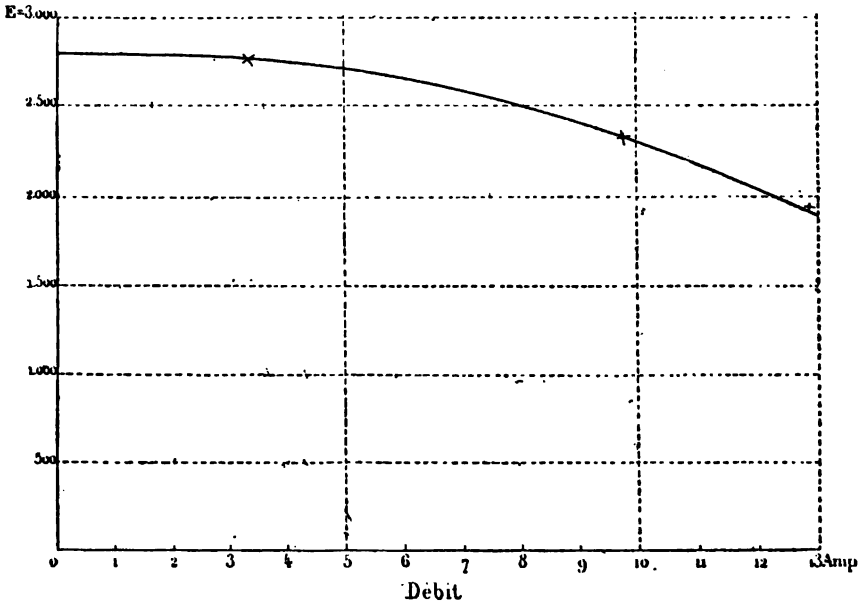


Fig. 179.

qui est alimenté par une machine auxiliaire, à courants alternatifs un rhéostat qui permet de la régler.

On met en marche, et on relève des lectures qui permettent de construire une série de courbes, savoir :

1° Différence de potentiels aux bornes en circuit ouvert

2° Différence de potentiels en circuit fermé, et en réglant la rhéostat de manière à avoir un débit toujours le même I.

3° Mêmes courbes pour d'autres débits I′, I″, etc.

On obtient alors, par le tracé de ces courbes, un tableau analogue à celui de la figure 178 obtenu par l'auteur sur une machine Zipernowsky W 3, capable de 2000 volts et 12 ampères à 750 tours.

Cette détermination doit naturellement être faite, comme pour les machines à courants continus, à la vitesse de régime. La vitesse influe, en effet, sur le résultat d'une manière compliquée dès

que le circuit est fermé, ainsi qu'il résulte des formules précédemment établies.

De ce tableau on peut aisément déduire la différence de potentiel aux bornes en fonction du débit pour une excitation choisie.

Soit, par exemple, celle qui donnerait 2000 volts avec 12 ampères de débit. — On voit sur la figure que c'est $i = 7,6$ environ. Si l'on élève l'ordonnée en ce point, elle rencontre les courbes correspondant à 0 — 3 — 9,6 — 12,8 ampères de débit en des points qui déterminent ces différences de potentiels.

En reportant sur une épure spéciale, le débit en abscisses et les

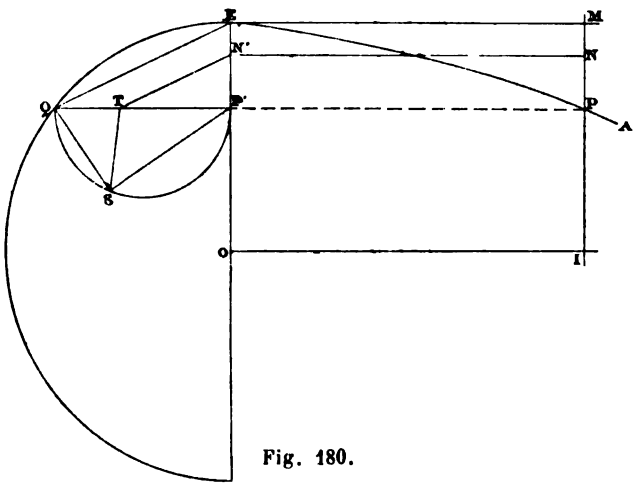


Fig. 180.

volts en ordonnées, on obtient la figure 179 qui montre combien la différence s'abaisse, malgré que l'excitation soit maintenue constante ainsi que la vitesse.

Il est intéressant de voir quel est, dans cet abaissement, la part relative de la self-induction et celle de la résistance.

On peut le faire sur l'épure par un tracé graphique simple.

Soient (fig. 180) O E et O I les axes, et E A la courbe de la différence de potentiels que nous venons d'obtenir.

Pour un point tel que P: menons P P′ que nous prolongeons.

Avec O E pour rayon, traçons un arc de cercle qui coupe cette ligne en Q.

Sur Q P′ décrivons un demi-cercle: enfin de Q menons un arc de cercle avec un rayon Q S égal à r I, et joignons S P′.

Il est facile de voir d'abord que QP′ est égal à $\sqrt{E^2 - \varepsilon^2}$, et que SP′ est égal à mLI.

En effet, QP′ est moyenne proportionnelle entre P′E et P′E′ c'est-à-dire entre E + ε et E — ε. Donc

$$QP' = \sqrt{(E + \varepsilon)(E - \varepsilon)} = \sqrt{E^2 - \varepsilon^2}$$

De plus :

$$\overline{SP'}^2 = \overline{QP'}^2 - \overline{QS}^2 = E^2 - \varepsilon^2 - r^2 I^2$$

Or on a :

$$E^2 - \varepsilon^2 = r^2 I^2 + m^2 L^2 I^2$$

Donc :

$$SP' = m\ LI$$

Menant donc ST bissectrice de l'angle droit QSP′ puis TN′ parallèle à QE et reportant en N, on obtient un point tel que MN représente l'abaissement dû à la résistance, et NP celui qui est dû à la self-induction. On a en effet :

$$\frac{MN}{NP} = \frac{EN'}{N'P'} = \frac{QT}{TP'} = \frac{QS}{SP} = \frac{rI}{m\,LI}$$

197. Excitation en fonction du débit. — Il est intéressant aussi de

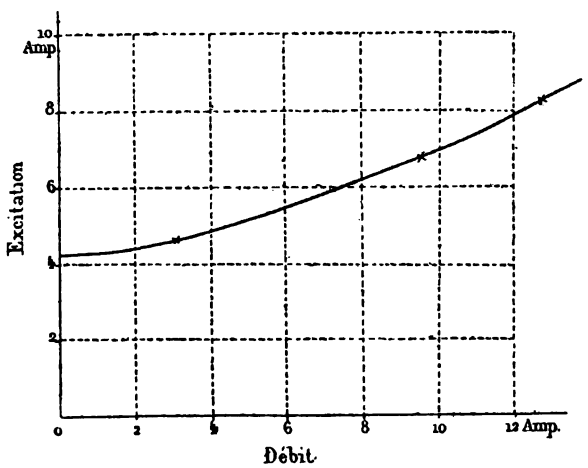


Fig. 181.

figurer l'excitation nécessaire pour obtenir une certaine loi de variation de la différence de potentiels en fonction du débit.

Supposons par exemple qu'il s'agisse d'élever progressivement les volts de 1,800 à 2,000, lorsque le débit varie de 0 à 12 ampères.

Pour cela, on calcule les valeurs de $\varepsilon = 1{,}800, + 200 \frac{I}{12}$ pour les valeurs $I = 3 - 9{,}6 - 12{,}8$ ampères, et on trouve successivement :

$$\varepsilon = 1850, - 1960, - 2013 \text{ volts}$$

On prend alors les points correspondants sur les courbes de la figure 178, et les abscisses de ces points donnent les valeurs cherchées de l'excitation. La figure 181 est le résultat de cette opération. Nous verrons plus loin, en parlant de la régulation de ces machines comment on peut obtenir la variation de l'excitation.

198. Détermination du coefficient de self-induction d'une machine. — La valeur de ce paramètre se détermine aisément à l'aide des expériences faites pour l'établissement du tableau de la figure 178.

On se rappellera seulement qu'il est variable avec l'excitation et le débit : mais comme on a pu déterminer par ce qui précède quelle valeur de l'excitation conviendra en application pour chaque valeur du débit, il sera aisé de calculer les chiffres correspondants aux points situés sur les courbes déduites de l'expérience directe ; et par suite de tracer la courbe de ces valeurs.

Soient en effet R la résistance pure, extérieure à la machine, et r la résistance intérieure, on a :

$$E = I \sqrt{(R + r)^2 + m^2 L^2}$$

d'où

$$L = \sqrt{\frac{E^2 - (R^2 + r^2) I^2}{m^2 I^2}}$$

équation dans laquelle tous les termes du second membre sont connus.

La self-induction intérieure d'une machine à courants alternatifs joue un rôle souvent plus important que la résistance, dans l'abaissement de la différence de potentiels aux balais. Dans la plupart des cas, la résistance est à ce point de vue, à peu près négligeable.

199. Evaluation du flux utile en fonction des résultats d'observation de marche à circuit ouvert. — Une machine étant formée de

n bobines induites en série

p nombre de spires de chacune d'elles

T temps périodique

Ω section du fer induit

B son induction moyenne,

Pour pouvoir établir le calcul, il faut de toute nécessité supposer que le flux dans le fer induit suit la loi sinusoïdale simple. Cette hypothèse ne peut pas être vraie en toute rigueur : en effet si cela était, le courant induit ne pourrait pas suivre cette même loi sinusoïdale à cause de la valeur variable de la perméabilité μ avec le degré d'induction du fer.

L'hypothèse de l'existence simultanée des deux lois sinusoïdales n'est donc pas admissible : mais on peut admettre son application au flux seul au même titre qu'on l'admet pour le courant seul. Il faut cependant adopter cette hypothèse pour pouvoir établir le calcul.

Soit f le flux au temps t, et soit $\mathfrak{F}$ le flux maximum : on aura.

$$f = \mathfrak{F} \cos mt$$

D'où

$$e = m\,\mathfrak{F} \sin mt \times np$$
$$e^2 = m^2\,\mathfrak{F}^2 \sin^2 mt \times n^2p^2$$

et par suite

$$\mathfrak{E}^2 = m^2\,\mathfrak{F}^2\,n^2\,p^2$$

et appelant F le flux moyen $\frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{2}}$ on a

$$E = m\,F\,np$$

$$F = \frac{E}{m\,np} = \frac{ET}{2\pi\,np}$$

Mais on a aussi $F = B\,\Omega$.

d'où

$$B = \frac{E}{m\,np\,\Omega} = \frac{ET}{2\pi\,np\,\Omega}$$

On déduit donc F et B de la mesure de E et de la vitesse de la machine qui donne T.

Ces valeurs obtenues sur une machine qui fonctionne dans de

bonnes conditions serviront à l'étude du projet de toute autre machine du même genre.

200. Vérification du bobinage de l'induit. Maximum de différence de potentiels aux bornes. — La formule générale

$$E^2 = I^2 \left[(R + r)^2 + m^2 L^2\right]$$

étant développée, donne de suite

$$RI = -rI + \sqrt{E^2 - m^2 L^2 I^2}$$

Or RI est la difference de potentiel ε aux bornes dans les cas où la résistance R sans induction est seule en circuit avec la machine. La perte en volts due à la résistance intérieure est rI.

En examinant la quantité sous le radical, on reconnaît facilement qu'elle est fonction du nombre de spires induites totales. En effet E est proportionnel à ce nombre, tandis que L est proportionnel à son carré.

Supposons qu'on augmente le nombre total de ces spires induites. La force e. m. E augmentera dans le même rapport : mais la self-induction L augmentera beaucoup plus vite. Il peut donc se faire que la quantité sous le radical diminue, et que, tout en augmentant la force e. m. l'accroissement du nombre de spires induites diminue la différence de potentiel aux bornes de la machine et par suite sa puissance utile.

Il y a donc un certain bobinage qui rend cette différence de potentiel maximum et il est intéressant de pouvoir la calculer, en vue de vérifier si le bobinage effectué est bien celui qui convient le mieux.

Le terme rI, comme nous l'avons dit, est peu important. RI sera donc sensiblement maximum en même temps que $(R + r) I$, et c'est sur cette dernière quantité que nous calculerons.

Posons

$$y = (R + r) I$$

Appelons

x le nombre de spires.

l le coefficient de self-induction relatif à une spire.

e la force e. m. également d'une spire.

On a :

$$L = x^2 l$$
$$E = x e$$

L'équation devient alors

$$y^2 = e^2 x^2 - m^2 l^2 \mathrm{I}^2 x^4$$

D'où l'on tire :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x\,(e^2 - 2\,m^2 l^2 \mathrm{I}^2 x^2)}{y}$$

Cette dérivée s'annule pour $x = 0$ et aussi pour

$$x = \frac{e}{m\,l\,\mathrm{I}\sqrt{2}}$$

d'autre part la force e.m. e a pour expression comme nous l'avons vu ci-dessus : $e = m\,\mathrm{F}$

Remplaçant par cette valeur on trouve

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{\mathrm{F}}{l\mathrm{I}}$$

F est le flux utile moyen, et I le flux moyen dû au courant induit pour une spire et le nombre x est déterminé par le rapport de ces flux.

Cette formule est importante, et servira de guide pour l'établissement d'un type de machine. Sur un bobinage arbitraire donnant *à peu près* les résultats voulus, on déterminera aisément la force e.m. e et le coefficient l par spire.

On peut alors modifier le bobinage suivant les indications de la formule.

Appliquant à la machine qui nous a servi d'exemple, et qui donne, en régime maximum 2,000 volts et 12 ampères avec 1360 spires induites, on trouve aisément.

$$\mathrm{F} = 5{,}84.\ 10^5 \text{ c. g. s.}$$

$$l = 270 \text{ c. g. s.}$$

d'où l'on tire :

$$x = 1276$$

On peut en conclure que le bobinage adopté est bon. Il est un peu supérieur à celui qu'indiquerait le calcul ; mais très voisin. D'ailleurs aux environs du maximum d'une fonction, les variations sont lentes, et de plus, les erreurs dues aux hypothèses de simplification peuvent facilement atteindre des valeurs de l'ordre de la différence observée.

L'application de cette formule à certains modèles de machines permettrait de s'assurer qu'elles renferment probablement trop de fil induit, et qu'on accroîtrait notablement leur puissance en diminuant le nombre de tours du fil et en le faisant plus gros.

Il est assez remarquable que ce résultat est indépendant de la périodicité de la machine, le terme $m = \frac{2\pi}{T}$ ne figurant pas dans son expression.

201. Régulation des machines alternatives. — Deux cas peuvent se présenter : l'excitation est faite par une source auxiliaire, ou bien elle est faite par la machine elle-même.

Lorsque l'excitation est indépendante, elle est réalisée par une machine à courant continu, et on peut agir sur celle-ci d'après l'un des procédés développés dans une autre partie de cet ouvrage.

Si une machine est spécialement affectée à l'excitation d'une seule machine alternative, on agira de préférence sur le champ magnétique de l'excitatrice en intercalant un rhéostat dans son circuit d'excitation. Ce mode de faire est préférable à celui qui consiste à agir sur le courant principal en ce que les rhéostats sont plus petits, par suite plus simples et moins coûteux, et aussi en ce qu'il économise un peu d'énergie.

Si l'excitation est empruntée à une source commune à plusieurs machines, ou servant en même temps à d'autres usages, on ne peut agir que sur le courant principal.

Le calcul des rhéostats se fait alors de la manière la plus simple, en se servant des courbes établies plus haut, notamment celui de la figure 180. On ne peut rencontrer de ce chef aucune difficulté.

Dans certains cas, comme nous l'avons vu, l'excitation se fait par la machine elle-même à l'aide de courant redressé, emprunté à une bobine induite spéciale, ou bien à la canalisation générale.

Au point de vue de la régulation, la machine doit d'abord être considérée comme excitée en dérivation. En effet, même si l'on utilise le courant d'une des bobines induites spécialement employée pour ce service, cette bobine éprouve elle-même tous les effets résultant du réglage qui est destiné à agir sur les autres bobines induites : sa force e. m. s'élèvera et s'abaissera en même temps que celle des autres, par suite même du jeu de l'organe régulateur.

Les variations du courant d'excitation, d'où résulte la régulation, peut être ici obtenue de deux manières : soit par un rhéostat, comme dans le cas des machines continues ; soit encore par un appareil apportant en circuit une force électro motrice de sens et de grandeur convenable, et qui sera, par exemple, une bobine de self-induction.

Le premier mode ne soulève aucune remarque : il suffit de se reporter à ce qui a été exposé à propos des machines à courants continus. En ce qui concerne le second, nous donnerons la méthode de calcul d'une bobine de self-induction, appareil susceptible d'autres applications encore dans l'usage des courants alternatifs.

202. Bobines de self-induction. — Ces appareils ont l'avantage capital de permettre de varier à volonté un courant, en dépensant beaucoup moins d'énergie que n'en dépensent les rhéostats, auxquels il faut nécessairement recourir pour les courants continus. Ce fait se comprend sans peine, puisque, agissant par une force e. m. inverse, on peut dire en gros qu'ils *empêchent de passer* un courant, tandis qu'un rhéostat l'*absorbe*.

Dans chaque cas particulier, on connaît les valeurs extrêmes I_0 et I du courant, la résistance R du circuit, et la force e. m. principale E. On connaît donc immédiatement la valeur de la force contre e. m. qui sera nécessaire pour abaisser le courant de I_0 à I.

La bobine sera constituée par un solénoïde enroulé sur un noyau de bois ou de carton, à l'intérieur duquel on pourra faire descendre à hauteur variable un noyau de fils de fer.

C'est le degré d'enfoncement de ce noyau qui règle la force contre-électromotrice ; et il sera bon, pour obtenir le maximum d'effet d'une quantité donnée de fil, de faire le noyau très sensiblement plus long que le solénoïde, soit une fois et demie au moins.

On doit, pour avoir un calcul simple, faire l'hypothèse que le noyau ainsi allongé agit comme un noyau indéfini. Le résultat ainsi obtenu péchera par défaut : mais on corrige d'avance en calculant la bobine pour une force contre-électromotrice de 20 p. 100 plus forte que celle qu'elle doit réellement produire.

Soit E_1 cette force e. m. de self-induction on a, à chaque instant :

$$e_1 = L \frac{di}{dt}$$

Or L, par définition, est pour l'unité de longueur du solénoïde et pour unité de surface de la section transversale, est :

$$\frac{4\pi n^2}{l^2} \mu i$$

Pour une longueur l et une section Ω, c'est

$$L = \frac{4\pi n^2}{l} \mu \Omega i$$

Or :

$$i = \mathfrak{I} \sin mt$$

$$\frac{di}{dt} = m \mathfrak{I} \cos mt$$

d'où :

$$e_1 = \frac{4\pi n^2}{l^2} \mu \Omega m \mathfrak{I}^2 \sin mt \cos mt$$

$$= \frac{4\pi n^2}{l^2} \mu \Omega m \mathfrak{I}^2 \frac{\sin 2mt}{2}$$

Cherchons la valeur moyenne E, définie par :

$$E^2 = \frac{1}{T} \int_0^T e^2 \, dt$$

On a :

$$e^2 = \left(\frac{4\pi n^2}{l^2} \mu \Omega m \mathfrak{I}^2\right)^2 \frac{\sin^2 2mt}{4}$$

Remplaçant $\sin^2 2mt$ par $\frac{1 - \cos 2mt}{2}$, et intégrant on en tire :

$$E^2 = \frac{1}{8} \left(\frac{4\pi n^2}{l^2} \mu \Omega m \mathfrak{I}^2\right)^2$$

Et par suite, en fonction du courant moyen I, et, en remplaçant m par sa valeur $\frac{2\pi}{T}$:

$$E = \frac{8 \pi^2}{\sqrt{2}\, T} \frac{\mu \Omega}{l} n^2 I^2$$

Les quantités connues sont seulement I et E : on ne dispose donc que d'une seule équation entre les inconnues μ l Ω et π. Il y a, en effet, une infinité de bobines pouvant donner le résultat voulu.

En vue de réaliser celle qui est la plus économique on fera travailler le noyau de fer à une induction élevée : on se fixera donc B ce qui détermine Ω.

En effet, on a aussi pour expression de la force e. m. E en fonction du flux moyen et de l'induction moyenne :

$$E = mn\,F = mn\,\Omega\,B$$

d'où :

$$n\,\Omega = \frac{ET}{2\pi\,B}$$

Pour la valeur de B qu'on aura choisie, μ est généralement connu, et peut, en tout cas, avoir été déterminé sur une bobine analogue. Si alors on se fixe la longueur l, la seule inconnue restant sera n, et on a :

$$n = \frac{Bl\sqrt{2}}{4\pi\,\mu\,I^2}$$

où B est l'induction moyenne, c'est-à-dire le maximum $\mathfrak{B}$ divisé par $\sqrt{2}$. En laissant en évidence cette quantité, on a donc simplement :

$$n = \frac{\mathfrak{B}l}{4\pi\,\mu\,I^2}$$

Ayant ainsi obtenu le nombre de spires cherché, on le réalisera avec un fil d'une section telle que la résistance propre soit négligeable par rapport à celle du reste du circuit, de façon à ne pas y introduire de perte sensible.

L'appareil régulateur étant ainsi calculé, on réalisera un mécanisme qui permette de descendre plus ou moins le noyau de fer, de manière à varier la self-induction, depuis celle du solénoïde seul jusqu'à celle du solénoïde complètement armé de son noyau de fer.

L'auteur a pu faire de ces bobines une application au régulateur de jeux de scène d'un théâtre. On les emploie aussi, avec un noyau

fixe, comme résistance apparente équivalente à un appareil, tel qu'une lampe à arc par exemple.

203. Régulation automatique. — MM. Zipernowsky, Deri et Blathy ont imaginé un ingénieux système de régulation automatique fondé sur les propriétés des transformateurs et dont l'action est équivalente à celle du double enroulement des machines à courant continu.

Soit (fig. 181) W une machine alternative dont l'excitation est faite par un courant redressé.

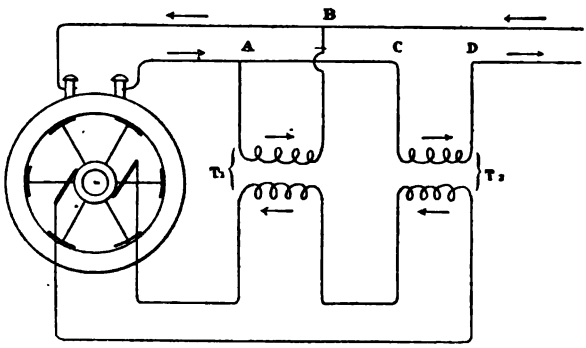


Fig. 182.

Nous supposerons que le courant principal étant à haute tension, on emploie un transformateur T_1 donnant naissance à un courant secondaire, qui est celui que le commutateur redresse en vue de l'encitation.

Le circuit primaire de ce transformateur est relié aux conducteurs principaux en A et B et se trouve donc *en dérivation* sur la ligne.

Si cet appareil existait seul, il est évident que la machine se comporterait comme simplement excitée en dérivation. A mesure que la charge augmenterait, la différence de potentiels aux bornes irait en s'abaissant.

Or le problème à résoudre est de la maintenir constante, ou même de la faire croître d'une quantité déterminée, proportionnelle au courant principal, afin de compenser la perte en ligne.

La solution consiste à produire dans le circuit d'excitation une force électro motrice auxiliaire, dont l'action s'ajoute à celle de la force e. m. du transformateur T_1 de manière à obtenir le résultat voulu.

Pour cela, on met un second appareil T_2 disposé comme l'indique la figure. Au lieu d'être en dérivation, son circuit primaire est *en série* dans l'un des conducteurs principaux. Son secondaire est également en série dans le circuit d'excitation.

Lorsque le délit est faible, la force e. m. d'induction mutuelle du transformateur T_2 est également faible. Mais à mesure que l'intensité principale augmente, cette force s'élève, et produit un renforcement du courant d'excitation. Si les éléments de ce transformateur sont bien combinés, le renforcement est précisément celui qui est nécessaire pour que la différence de potentiels reste constante aux appareils d'utilisation.

La solution ainsi indiquée est très générale. Le transformateur auxiliaire T_2 peut être disposé de plusieurs manières différentes, et dans chaque cas la disposition de ces éléments devra être différente.

Les meilleurs résultats sont obtenus par la combinaison suivante.

Le transformateur T_1 est disposé de telle sorte que seul, il donnerait une force e. m. plus que suffisante pour assurer la force e. m. voulue à la machine, même dans le cas du maximum de débit.

Le transformateur T_2 possède, dans son circuit secondaire, une self-induction telle que, en l'absence de tout courant principal, le courant d'excitation soit réduit dans la proportion voulue. Son circuit primaire reçoit ensuite un nombre de spires tel, que la force e. m. de self-induction produise le renforcement nécessaire. Dans ces conditions, au point de vue seulement de l'intensité du courant excitateur, l'induction mutuelle due au courant principal équivaut à une diminution apparente de la self-induction du secondaire.

Pour obtenir une proportionnalité convenable entre le fonctionnement de l'appareil T_2 et celui de la machine W_2 on comprend qu'il faut les placer, au point de vue magnétique dans des conditions aussi analogues que possible.

Aussi les inventeurs n'emploient-ils pas, pour cet appareil T_2, leur dispositif bien connu de transformateur à noyau magnétique fermé. Ils préfèrent conserver à ce noyau la forme rectiligne, qui le rapproche davantage des conditions de la dynamo, où les entrefers ont une importance qui n'est pas négligeable.

CHAPITRE XXI

ACCOUPLEMENT DES MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS

204. — L'accouplement des machines alternatives est un problème d'une grande importance. De sa possibilité résultent des modes spéciaux de montage et d'exploitation des usines centrales de distribution, et aussi la possibilité d'effectuer le transport de l'énergie à l'aide de machines alternatives tournant isochroniquement avec les génératrices.

La possibilité de l'accouplement a été établie analytiquement par M. J. Hopkinson qu'il faut constamment citer à propos de cette question des courants alternatifs, sur lesquels ses travaux, complémentaires de la théorie de M. Joubert, ont jeté le plus grand jour.

L'expérience a depuis largement confirmé ses déductions, et aujourd'hui c'est par centaines que se comptent les machines alternatives accouplées. MM. Zipernowsky en Europe et Westinghouse en Amérique en ont fait le point de départ de leurs systèmes de distribution de l'énergie électrique.

Nous allons examiner successivement les conditions de fonctionnement de deux machines reliées en série et en dérivation, et d'une machine reliée à un réseau alimenté d'autre part.

205. Machines en série. — Les machines sont supposées identiques, et possédant, par suite mêmes résistances, mêmes self-inductions, mêmes forces électromotrices,

Supposons un régime établi, et représentons (fig. 182) par des courbes, savoir :

En 1 la force e. m. de l'une des machines ;

En 2 celle de l'autre ;

En 3 la force e. m. résultante, c'est-à-dire la somme algébrique des deux précédentes ;

En 4 la courbe du courant.

Nous supposons qu'il existe une différence de phase entre les

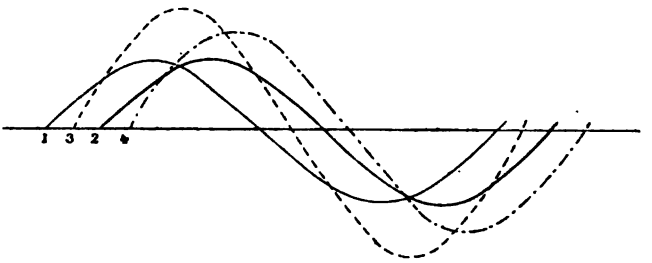


Fig. 183.

forces e. m. des deux machines. Nous l'appelons 2α. Elle sera $\pm\ \alpha$ seulement par rapport à la force e. m. résultante.

Enfin soit φ la différence de phase du courant avec la force e. m résultante.

Nous prenons pour origine le moment où cette dernière est nulle, c'est-à-dire le point 3.

Nous appelons machine *menante* celle dont la phase est en avance sur la phase de la résultante, et machine *menée* l'autre ; ce qui ne veut pas dire que réellement l'une mène l'autre, mais simplement qu'elle est devant l'autre par rapport au temps.

La puissance de la machine menante est :

$$W_1 = EI \cos m (\varphi + \alpha)$$

et l'on a aussi :

$$W_2 = EI \cos m (\varphi - \alpha)$$

d'où :

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\cos m (\varphi + \alpha)}{\cos m (\varphi - \alpha)}$$

Comme on a, dans le cas de la figure

$$\cos m (\varphi - \alpha) > \cos m (\varphi + \alpha)$$

il en résulte,

$$W_2 > W_1$$

La machine menée absorbe et transforme plus d'énergie que la machine menante. Sa vitesse a donc tendance à se ralentir, et par suite sa phase va se mettre de plus en plus en retard, car l'effet s'exagère de lui-même.

Il n'y a d'équilibre possible que lorsque les phases sont en opposition complète, c'est-à-dire lorsqu'on a $2\alpha = \frac{T}{2}$ ou $\alpha = \frac{T}{4}$

En effet, la différence d'efforts sur les courroies ne peut se traduire que par une accélération, positive ou négative, sur l'une et l'autre machine, et l'équilibre ne peut subsister entre leurs allures.

Elles s'écartent donc jusqu'à ce qu'on ait $\alpha = \frac{T}{4}$: mais à ce moment la force e. m. résultante est nulle ; et par suite le travail transformé est également nul.

Ainsi, deux machines mises en série prennent un écart de phases d'une demi-période, et annulent leurs actions. Le groupement en série n'est donc pas possible.

Cette démonstration est suffisante, mais pour ce qui suivra, il est intéressant de trouver les expressions mathématiques du courant et de la puissance, qui sont d'ailleurs faciles à établir et nous conduiront aux mêmes résultats.

206. Courant. — Le courant se déduit de la formule générale :

$$L\frac{di}{dt} + Ri = \mathcal{E}\left[\sin m(t+\alpha) - \sin m(t-\alpha)\right]$$

En développant les sinus, il vient :

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 2\mathcal{E}\sin mt\cos m\alpha$$

En différentiant cette équation, et éliminant $\frac{di}{dt}$ entre elle et sa dérivée, on trouve de suite

$$i = \frac{2\mathcal{E}\cos m\alpha}{R^2 + m^2L^2}\left(R\sin mt - mL\cos mt\right)$$

Tel est le courant.

207. Travail et Puissance. — Cherchons maintenant le travail et la puissance de la machine menée :

$$\mathcal{T} = \int ei\, dt$$

$$e = \mathcal{E} \sin m\,(t - \alpha)$$

$$ei = \frac{2\,\mathcal{E}^2 \cos m\alpha}{R^2 + m^2 L^2} \left[\sin m\,(t - \alpha)\,(R \sin mt - m L \cos mt) \right]$$

On développe les lignes trigonométriques, et on introduit les fonctions de $2mt$, ce qui donne pour la quantité entre crochets :

$$R \cos m\alpha \frac{1 - \cos 2mt}{2} + m L \sin m\alpha \frac{1 + \cos 2mt}{2}$$

$$- \left(m L \cos m\alpha + R \sin m\alpha \right) \frac{\sin 2mt}{2}$$

En intégrant cette fonction pour un nombre exact de périodes, il vient simplement

$$\mathcal{T}_2 = \frac{2\,\mathcal{E}^2 \cos m\alpha}{R^2 + m^2 L^2} \left(R \cos m\alpha + m L \sin m\alpha \right) \frac{t}{2}$$

et par conséquent

$$W_2 = \frac{\mathcal{E}^2 \cos m\alpha}{R^2 + m^2 L^2} \left(R \cos m\alpha + m L \sin m\alpha \right)$$

expression qu'on peut aussi écrire,

$$W_2 = \frac{\mathcal{E}^2 \cos m\alpha}{2\,(R^2 + m^2 L^2)} \left[R\,(1 + \cos 2m\alpha) + m L \sin 2m\alpha \right]$$

On trouverait de même

$$W_1 = \frac{\mathcal{E}^2 \cos m\alpha}{2\,(R^2 + m^2 L^2)} \left[R\,(1 + \cos 2m\alpha) - m L \sin 2m\alpha \right]$$

Il en résulte que c'est la machine menante qui accomplit le moindre travail : elle tend donc à accroître sa charge jusqu'à ce qu'elle soit égale à celle de la machine menée, et qu'il y ait équilibre.

Or, pour que cela soit, il faut que la puissance se partage entre les deux machines, c'est-à-dire que la différence soit nulle.

Cette différence est

$$\frac{\mathcal{E}^2 \cos m\alpha}{2\,(R^2 + m^2 L^2)}\, 2m L \sin 2m\alpha$$

Il faut donc que l'on ait

$$\cos m\,\alpha \sin 2m\,\alpha = o$$

d'où, en développant,

$$\sin m\,\alpha = 1$$

$$\frac{2\pi}{T}\,\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = \frac{T}{4}$$

C'est le résultat déjà trouvé.

Mais en même temps le courant est nul, puisque son expression contient en facteur cos $m\,\alpha$ qui devient cos $\frac{\pi}{2}$ c'est-à-dire nul.

Donc, il y a bien augmentation du décalage jusqu'à $\alpha = \frac{T}{4}$.

208. La machine menée est motrice. — Dans ce qui précède, nous avons supposé la machine menée tout à fait libre et dénuée de toute résistance passive. C'est dans ces conditions que la retardation de la phase peut atteindre la valeur $\frac{T}{4}$.

Mais dans tout l'intervalle entre $\alpha = 0$ et $\alpha = \frac{T}{4}$, il y a travail transmis d'une machine à l'autre.

Supposons donc que la machine menée fonctionne comme moteur, étant chargée d'un frein, par exemple.

Dans ce cas la retardation de la phase s'arrêtera précisément au moment où il y aura équilibre entre le couple moteur électrique moyen et le couple résistant.

Lorsqu'on réalise l'expérience sous cette forme on peut, en général, négliger les résistances intérieures devant les self-inductions.

Les formules se simplifient alors, et l'on a pour le courant :

$$i = -\frac{2\,\mathcal{E} \cos m\,\alpha \cos mt}{m\,L}$$

et, pour la puissance transmise

$$W = \frac{\mathcal{E}^2 \sin 2m\,\alpha}{2m\,L}$$

Telle est l'équation qui lie W à α. Cette puissance est susceptible d'un maximum, pour sin $2m\,\alpha = 1$, c'est-à-dire

$$2m\,\alpha = \frac{\pi}{2} \qquad \alpha = \frac{T}{8}$$

Ainsi, lorsqu'il n'y a aucune différence de phase entre les machines ($2\alpha = 0$) le travail transmis est nul : lorsqu'il y a une différence $\frac{T}{2}$ $\left(2\alpha = \frac{T}{2}\,,\ \alpha = \frac{T}{4}\right)$ le travail est encore nul. Dans l'intervalle, il est réel et deux valeurs symétriques du calage correspondent à une même valeur de ce travail.

La puissance maxima est :

$$W_m = \frac{\mathcal{E}^2}{\frac{4\pi}{T}\,L}$$

elle est la même que s'il n'y avait en circuit qu'une résistance égale à $\frac{4\pi}{T}$ L.

Le courant correspondant est :

$$i_m = -\frac{2\mathcal{E}\cos\frac{\pi}{4}\cos mt}{mL} = -\frac{\mathcal{E}\sqrt{2}\cos mt}{mL}$$

Il est intéressant de comparer cette valeur du courant à celle qui s'établirait dans la machine mise en court-circuit. On aurait alors :

$$L\frac{di}{dt} = \mathcal{E}\sin mt$$

d'où

$$-m^2\,Li_0 = m\,\mathcal{E}\cos mt$$

et

$$i_0 = -\frac{\mathcal{E}\cos mt}{mL}$$

Donc le courant qui correspond au travail maximum transmis est $\sqrt{2}$ fois plus grand que celui qui correspond au court-circuit.

Comparant maintenant les différences de potentiels entre les conducteurs de jonction :

En circuit ouvert, on a :

$$\varepsilon_1 = \mathcal{E}\sin mt$$

en travail transmis maximum, l'expression

$$\varepsilon_2 = 2\mathcal{E} \cos m\,\alpha \sin mt$$

qui résulte du développement de la formule

$$\mathcal{E}\left[\sin m\,(t - \alpha) + \sin m\,(t + \alpha)\right]$$

prend, pour $\alpha = \frac{T}{8}$ la valeur

$$\varepsilon_2 = \mathcal{E}\sqrt{2} \sin mt = \varepsilon_1 \sqrt{2}$$

Elle est donc également plus grande.

Pour la simplicité du calcul, on a supposé que les machines avaient la même force e. m. Mais cela n'est nullement nécessaire, et celle de la réceptrice peut parfaitement être plus élevée que celle de la génératrice.

Les diagrammes des figures 183 et 184 représentent, d'après M. J. Hopkinson, les conditions de marche de deux transmissions

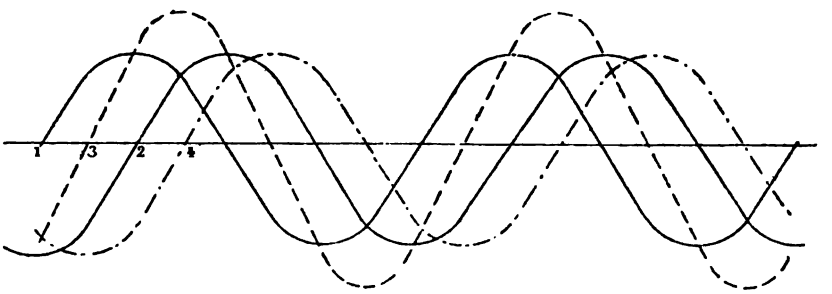


Fig. 184.

de ce genre. Dans le cas de la figure 183 les forces e. m. des deux machines sont les mêmes; mais la figure 184 indique le fonctionnement avec une réceptrice ayant une force e. m. double de celle de la génératrice.

Les lignes 1 et 2 sont les forces e. m. individuelles des machines, 3 la force e. m. résultante, et 4 le courant, le tout en fonction du temps.

Dans les deux figures, la réceptrice est en arrière de la phase d'opposition directe avec la génératrice d'un quart de période, ou un peu moins. La phase de la force e. m. résultante est en arrière sur celle de la réceptrice, en avance sur celle de la génératrice.

Le courant est en arrière de la force e. m. résultante, et ce retard peut atteindre un quart de période si le rapport $\frac{mL}{R}$ a une valeur assez grande. Il sera en tous cas à moins d'un quart de période en arrière de la phase de la génératrice. Celle-ci travaille

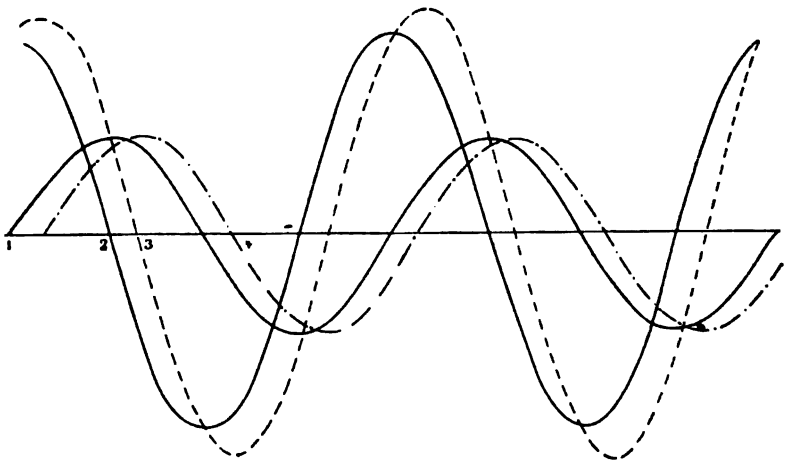


Fig. 185.

donc *sur le courant*, tandis que le courant étant de plus d'un quart de période en arrière de la phase de la réceptrice, c'est au contraire le courant qui travaille *sur la réceptrice*, qui constitue un moteur à courant alternatif.

209. Représentation graphique. — Le professeur Blakesley a indiqué une construction graphique simple, qui donne d'un coup d'œil toutes les conditions de répartition de l'énergie dans une transmission de ce genre.

Supposons que les forces e. m. $\mathcal{E}$ et $\mathcal{E}_1$ soient différentes. Le courant est donné par

$$L\frac{di}{dt} \times Ri = \mathcal{E} \sin m(t+\alpha) \times \mathcal{E}_1 \sin m(t-\alpha)$$

d'où, comme d'usage

$$i = \frac{R}{R^2 \times m^2 L^2} \left\{ \mathcal{E} \left[\sin m(t+\alpha) - \frac{mL}{R} \cos m(t+\alpha) \right. \right.$$
$$\left. \left. + \mathcal{E}_1 \left[\sin m(t-\alpha) - \frac{mL}{R} \cos m(t-\alpha) \right] \right\}$$

1° Supposons d'abord la self-induction nulle, c'est-à-dire $L = 0$, et cherchons le travail de la génératrice $\mathcal{T}_1$, celui de la réceptrice $\mathcal{T}_2$ et celui qui est transformé en chaleur $\mathcal{T}_3$.

Le courant est

$$i = \frac{1}{R}\left[\mathcal{E} \sin m(t + \alpha) + \mathcal{E}_1 \sin m(t - \alpha)\right]$$

En effectuant les intégrales de $e\ i\ dt$, pour les deux machines, on arrive facilement aux expressions du travail, d'où on tire de suite les puissances

$$W_1 = \frac{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}\mathcal{E}_1 \cos 2\,m\,\alpha}{2\,R}$$

$$W_2 = \frac{\mathcal{E}\mathcal{E}_1 \cos 2\,m\,\alpha - \mathcal{E}_1^2}{2\,R}$$

et, par différence :

$$W_3 = \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}_1^2 - 2\,\mathcal{E}\mathcal{E}_1 \cos 2\,m\,\alpha}{2\,R}$$

Soient : (fig. 185) AB et AC′ les forces e. m. $\mathcal{E}$ et $\mathcal{E}_1$ en grandeur et en phase. Prenons AC = AC′ dans la direction négative,

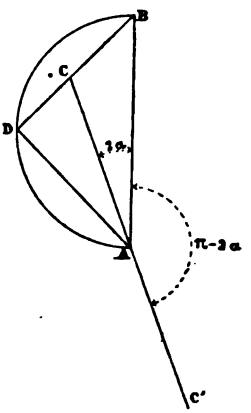


Fig. 186.

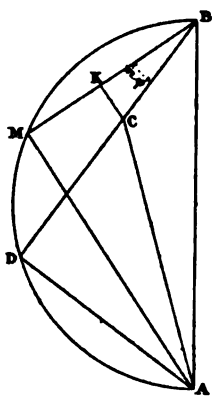


Fig. 186 *bis*.

et joignons BC que nous prolongeons. Menons AD perpendiculaire sur BC. Alors :

BD	est proportionnel à	W_1
BC	—	— W_3
CD	—	— W_2

et les valeurs absolues de ces puissances sont respectivement égales à chacune de ces lignes multipliée par BC et divisée par 2R.

En effet, le triangle ABC donne

$$\overline{BC}^2 = \mathcal{E}^2 + \mathcal{E}_1^2 - 2\,\mathcal{E}\mathcal{E}_1 \cos m\,(\pi - 2\,\alpha)$$

d'où

$$\frac{\overline{BC}^2}{2\,R} = \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}_1 - 2\,\mathcal{E}\mathcal{E}_1 \cos 2\,m\,\alpha}{2\,R} = W_3$$

D'où

$$BC \times \frac{BC}{2\,R} = W_3$$

et l'on trouve aussi immédiatement

$$BD \times \frac{BC}{2\,R} = W_1$$

$$CD \times \frac{BC}{2\,R} = W_2$$

2° Dans la pratique, on est très loin d'avoir $L = 0$. En établissant les formules complètes, on voit que l'on peut facilement compléter le tracé pour tenir compte de la self-induction.

L'évaluation des travaux et des puissances sera faite par la méthode usuelle. Les calculs, un peu longs, ne présentent aucune difficulté. On trouve facilement

$$W_1 = \frac{R}{2\,(R^2 + m^2\,L^2)}\left[\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}\mathcal{E}_1\left(\cos 2m\,\alpha - \frac{mL}{R}\sin 2m\,\alpha\right)\right]$$

$$W_2 = \frac{R}{2\,(R^2 + m^2\,L^2)}\left[2\mathcal{E}\mathcal{E}_1 \cos 2m\,\alpha - \mathcal{E}_1^2 - \frac{mL}{R}\,\mathcal{E}\mathcal{E}_1 \sin 2m\,\alpha\right]$$

$$W_3 = \frac{R}{2\,(R^2 + m^2\,L^2)}\left[\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}_1^2 - 2\mathcal{E}\mathcal{E}_1 \cos 2m\,\alpha\right]$$

Cela posé, on complète le diagramme précédent (fig. 186 *bis*) en menant BM faisant avec BD l'angle φ défini par : tang $\varphi = \frac{mL}{R}$, et sur cette ligne, menant les perpendiculaires AM et CK

Alors

BK est proportionnel à		W_3
KM	—	— W_2
BM	—	— W_1

et les valeurs sont égales à chacune de ces lignes multipliée par BK et divisée par 2 R

On a, en effet :

$$BK = BC \cos m\varphi$$

$$\overline{BK}^2 = \overline{BC}^2 \cos^2 m\varphi = (\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}_1^2 - 2\,\mathcal{E}\mathcal{E}_1 \cos 2m\alpha) \cos^2 m\varphi$$

$$= \frac{R^2}{R^2 + m^2 L^2} (\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}_1^2 - 2\,\mathcal{E}\mathcal{E}_1 \cos 2m\alpha)$$

et, par conséquent

$$BK \times \frac{BK}{2R} = \frac{R}{2(R^2 + m^2 L^2)} (\mathcal{E}^2 + \mathcal{E}_1^2 - 2\,\mathcal{E}\mathcal{E}_1 \cos 2m\alpha) = W_2$$

Quant à BM, on a

$$BM \times BK = BA \times BL$$

d'où

$$BM \times BK = \mathcal{E}(\mathcal{E} - \mathcal{E}_1 \cos 2m\alpha - HL)$$

$$HL = CK \sin\gamma = BK \sin\gamma \operatorname{tang}\varphi$$

Evaluons γ :

$$\gamma = \varphi + \psi$$

De

$$CH = CB \sin\psi$$

on tire

$$\sin\psi = \frac{\mathcal{E}_1 \sin 2m\alpha \cos\varphi}{BK}.$$

De

$$BH = BC \cos\gamma$$

on tire

$$\cos\psi = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{E}_1 \cos 2m\alpha}{BK} \varphi \cos$$

On peut alors évaluer $\sin\gamma = \sin(\varphi + \psi)$, et en transportant dans l'expression de BM $\times$ BK, on arrive facilement à

$$BM \times BK = W_1$$

Enfin, on obtient immédiatement W_2 par différence.

On voit par cet exemple combien les tracés graphiques peuvent aisément figurer les résultats de calculs assez compliqués, et permettre d'apprécier les différences de résultats qui sont produits par une modification dans les données.

210. Machines en dérivation. — Examinons maintenant le cas de machines en dérivation travaillant sur une résistance extérieure R.

Soient : r la résistance intérieure et L la self-induction de chaque machine, i_1 et i_2 les courants

Les équations sont :

$$L\frac{di_1}{dt} + ri_1 = \mathcal{E}\sin m(t+\alpha) - R(i_1+i_2)$$

$$L\frac{di_2}{dt} + ri_2 = \mathcal{E}\sin m(t-\alpha) - R(i_1+i_2)$$

En ajoutant et retranchant, on obtient un nouveau système d'équations, qui, résolues comme d'usage, donnent :

$$i_1 + i_2 = \frac{2\,\mathcal{E}\cos m\alpha}{(r+R)^2 + m^2 L^2}\Big((r+R)\sin mt - mL\cos mt\Big)$$

$$i_1 - i_2 = \frac{2\,\mathcal{E}\sin m\alpha}{r^2 + m^2 L^2}\Big(r\cos mt + mL\sin mt\Big)$$

d'où l'on tire de suite i_1 et i_2.

Le travail de la première machine est

$$\mathcal{T}_1 = \int_0^{2\pi} \mathcal{E}\sin m(t+\alpha)\, i_1$$

En remplaçant i_1 par sa valeur, et effectuant l'intégration, on arrive à l'expression

$$W_1 = \frac{2\left[(r+R)^2 + m^2L^2\right]}{\mathcal{E}^2\cos m\alpha}\Big[(r+R)\cos m\alpha - mL\sin m\alpha\Big]$$
$$+ \frac{2\,(r^2+m^2L^2)}{\mathcal{E}^2\sin m\alpha}\Big[r\sin m\alpha + mL\cos m\alpha\Big]$$

L'expression W_1 ne diffère de celle de W_2 que par le changement du signe du second terme de la première quantité entre crochets, qui devient positif.

On peut voir maintenant que l'on a $W_1 > W_2$.

Cette condition conduit en effet à l'inégalité

$$r\left[(r+R)^2 + L^2\right]\sin^2 m\alpha + \left[(r+R)^2 + m^2L^2\right] mL\sin\alpha\cos\alpha >$$
$$(r^2 + m^2L^2)\, mL\sin\alpha\cos\alpha$$

Or, dans le second membre, si l'on remplace r par la quantité plus grande ($r \times$ R), on le rend égal au second terme du premier membre.

L'inégalité est donc toujours justifiée.

Donc la machine menante effectue plus de travail que la machine menée : par suite, elle tend à se ralentir, l'autre tend à s'accélérer et les phases tendent à devenir complètement concordantes.

Par suite, l'accouplement en dérivation de deux machines à courants alternatifs est possible, et l'équilibre qui en résulte est stable parce que les réactions électrodynamiques qui proviennent d'une différence de phase tendent à la corriger.

211. Machine reliée à un réseau. — Supposons qu'on relie une machine à un réseau déjà parcouru par des courants alternatifs.

Soit A sin mt la différence de potentiels des points du réseau auxquels on rattache la machine et B sin m $(t - \alpha)$ celle de cette dernière.

L'équation du courant

$$L \frac{di}{dt} + ri = B \sin m (t - \alpha) - A \sin mt$$

donne

$$i = \frac{1}{r^2 + m^2 L^2} \Big(B \left[r \sin m (t - \alpha) - m L \cos m (t - \alpha) \right] - A \left[r \sin mt - m L \cos mt \right] \Big)$$

et l'intégration

$$\mathcal{T} = \int i . B \sin m (t - \alpha) \, dt$$

donne pour la puissance

$$W = \frac{1}{r^2 + m^2 L^2} \left[\frac{B^2 r}{2} - \frac{A B}{2} (r \cos m \alpha + m L \sin m \alpha) \right]$$

Si α est positif (machine menée), le travail est moindre que si α est négatif, ce qui se démontrerait comme précédemment.

Donc α tend vers zéro, et la machine peut être reliée au réseau comme à une autre machine.

On peut donc relier à un même réseau plusieurs machines ou

groupes de machines placées dans des endroits distincts, fait qui a été mis à profit dans plusieurs distributions urbaines.

Il est à remarquer que la machine reliée peut être motrice, et fonctionner comme telle, même avec une force e. m. plus élevée que celle de la génératrice.

En effet, en posant tang $m\varphi = \frac{mL}{R}$, on a, pour expression de la puissance :

$$W = \frac{B^2 r}{2(r^2 + m^2 L^2)} - \frac{AB}{\sqrt{r^2 + m^2 L^2}} \sin m(\alpha + \varphi)$$

Cette expression est minimum pour $\sin m(\alpha + \varphi) = 1$, ou $\alpha + \varphi = \frac{T}{4}$, et la puissance est alors :

$$W_m = \frac{B}{2\sqrt{r^2 + m^2 L^2}} \left(\frac{Br}{\sqrt{r^2 + m^2 L^2}} - A\right)$$

et cette quantité peut être négative si l'on a

$$\frac{A}{B} > \frac{r}{\sqrt{r^2 + m^2 L^2}}$$

ce qui n'a rien d'impossible.

212. Courants de Foucault. — La connaissance des propriétés des courants alternatifs permet de compléter ce qui a déjà été dit des courants de Foucault, à propos des machines à courants continus.

Ils ne sont, en effet, que des courants alternatifs induits dans le fer, et en supposant connus les résistances sur lesquelles ils s'exercent et les coefficients d'induction, on peut établir des équations qui, pour n'être qu'approximatives, n'en apportent pas moins d'utiles indications.

Appelons :

L la self-induction du circuit cuivre,

N celle du circuit fer,

M l'induction mutuelle de ces circuits,

I l'induction magnétique exercée par le champ sur le circuit du cuivre,

J la même quantité pour le fer,

R et R' les résistances, dans le cuivre et le fer respectivement,

x et y les courants, dans le cuivre et le fer respectivement.

L'équation générale de la conservation de l'énergie est :

$$\Sigma . \, Ei \, dt = \Sigma \, ei \, dt + Ri^2 \, dt \qquad (1$$

Or, on a, pour le circuit cuivre :

$$E = + \frac{dI}{dt} \quad \text{et} \quad \Sigma e = \frac{d \, . \, (Lx)}{dt} + \frac{d \, . \, (My)}{dt}$$

et pour le fer

$$E' = + \frac{dJ}{dt} \quad \text{et} \quad \Sigma e' = \frac{d \, . \, (Ny)}{dt} + \frac{d \, . \, (Mx)}{dt}$$

D'où l'on tire :

$$\Sigma \, E \, i \, dt = - \, d \, (I \, . \, x) \quad \text{et} \quad \Sigma \, ei \, dt = d \, (Lx) \, x + d \, . \, (My) \, x \mid \text{cuivre}$$
$$\Sigma \, E' \, i \, dt = - \, d \, (J \, . \, y), \quad \text{et} \quad \Sigma \, e'i \, dt = d \, (Ny) \, y + d. \, (Mx) \, y \mid \text{fer}$$

En remplaçant dans l'équation générale (1) et en intégrant, il vient :

$$Ix - \frac{Lx^2}{2} - Mxy = \int Rx^2 \, . \, dt \qquad (2)$$

$$Jy - \frac{Ny^2}{2} - Mxy = \int R'y^2 \, . \, dt \qquad (3)$$

Pour obtenir les équations générales, il faut faire une hypothèse sur la variation de I et J en fonction du temps : on admettra la loi sinusoïdale, et on écrira :

$$I = A \sin mt$$
$$J = B \sin mt$$

Il en résulte que (2) et (3) deviennent :

$$Rx + L \frac{dx}{dt} + M \frac{dy}{dt} = m \, A \cos mt \qquad (4)$$

$$R'y + N \frac{dy}{dt} + M \frac{dx}{dt} = m \, B \cos mt \qquad (5)$$

La résolution de ces équations est assez pénible. Mais elle n'est pas nécessaire pour les conclusions que l'on veut en tirer.

Les courants peuvent se mettre sous la forme.

$$x = a \sin mt + b \cos mt$$
$$y = a' \sin mt + b' \cos mt$$

Prenant les dérivées de ces expressions, et substituant les

valeurs $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$ ainsi obtenues dans les équations précédentes, on trouve :

$$\left.\begin{array}{l} +\ mLa \\ +\ mMa' \\ +\ Rb \end{array}\right\} \cos mt \quad \left.\begin{array}{l} -\ mLb \\ -\ mMa' \\ +\ Ra \end{array}\right\} \sin mt = mA \cos mt$$

$$\left.\begin{array}{l} +\ mNb' \\ +\ mMa \\ +\ R'b' \end{array}\right\} \cos mt \quad \left.\begin{array}{l} -\ mNb' \\ -\ mMb \\ +\ R'a' \end{array}\right\} \sin mt = mB \cos mt$$

Ce sont deux identités, qui doivent être satisfaites pour toutes les valeurs de t. Les coefficients sont donc tous nuls.

En exprimant cette condition, on obtient les équations de condition suivantes :

$$\left.\begin{array}{l} aL + a'M + \frac{R}{m} b = A \\ bL = b'M - \frac{R}{m} a = 0 \\ a'N + aM + \frac{R'}{m} b' = B \\ b'N + bM - \frac{R'}{m} a' = 0 \end{array}\right\} (6)$$

d'où l'on pourrait tirer a, a', b et b'.

Mais les équations générales des courants résultant de la solution du système (6) seraient trop confuses pour qu'il soit possible de les discuter utilement.

Du système (6) lui-même, on peut tirer les conclusions suivantes :

213. — 1° Supposons la machine en court-circuit, c'est-à-dire $R = 0$ ou sensiblement.

« Le travail dépensé dans le fer est moindre que pour une valeur finie de R. »

Faisant $R = 0$ dans les équations (4) et (5), on a :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{mA \cos mt - M \frac{dy}{dt}}{L}$$

et

$$\frac{dy}{dt} = m(LB - MA) \cos mt$$

d'où

$$y = m^2 (\mathrm{MA} - \mathrm{LB}) \cos mt$$

Or le terme MA—LB est toujours très petit, car on a grossièrement, k et k' étant deux coefficients et n et n' les nombres de spires des circuits cuivre et fer :

$$\mathrm{L} = kn^2 \quad \mathrm{M} = knn' \quad \mathrm{A} = k'n \quad \mathrm{B} = k'n'$$

D'où MA = LB.

Les différences ne peuvent provenir que des variations des valeurs k et k', qui sont faibles.

Les courants de Foucault pour la machine en court-circuit, sont donc très faibles.

Leur travail a pour expression

$$\mathcal{T}_t = \int y\, m\, \mathrm{B} \cos mt\, dt$$

en remplaçant y par sa valeur et effectuant l'intégration, il vient :

$$\mathcal{T}_t = \frac{m}{2} \mathrm{B} b' t$$

Or de (6) on tire :

$$a' \mathrm{M} = -\left(a \mathrm{L} + b \frac{\mathrm{R}}{m}\right)$$

$$b' \mathrm{M} = -\left(b \mathrm{L} - a \frac{\mathrm{R}}{m}\right)$$

où, en faisant R = 0, on voit sans peine que b' diminue. Donc $\mathcal{T}$ aussi, et on peut en conclure :

« Que le courant dans le circuit utile a pour effet d'affaiblir les « courants de Foucault.

214. — 2° « Ces courants ont encore pour effet d'affaiblir la force « e. m. dans le circuit utile et d'augmenter sa différence de phase « avec le courant. »

Supposons d'abord que l'induction mutuelle soit faible, et négligeons-la en première approximation. Faisant donc dans les équations (6)

$a' = b' = o$ dans les deux premières
$a = b = o$ dans les deux autres.

il vient :

$$\left.\begin{aligned} a &= A\,\frac{m^2\,L}{R^2 + m^2\,L^2} \\ b &= A\,\frac{R\,m}{R^2 + m^2\,L^2} \\ a' &= B\,\frac{m^2\,N}{R'^2 + m^2\,N^2} \\ b' &= B\,\frac{R'\,m}{R'^2 + m^2\,N^2} \end{aligned}\right\}(6)$$

Ces valeurs substituées dans les équations (6) donnent la seconde approximation :

$$a\,L + b\,\frac{R}{m} = A - \frac{m\,BMN}{m^2\,N^2 + R'^2} \qquad (7)$$

$$b\,L - a\,\frac{R}{m} = -\frac{m\,BR'M}{m^2\,N^2 + R'^2} \qquad (8)$$

On voit de suite que le second membre de (7), au lieu de la valeur A qu'il aurait sans courants de Foucault, devient A moins une quantité définie. La force e. m. a donc diminué par suite de l'action des courants de Foucault.

Quant à la phase, définie comme toujours par tang. $m\,\varphi = \frac{a}{b}$; on tire de (8):

$$\frac{a}{b} = \frac{mL}{R} + \frac{m^2\,BR'M}{b\,(m^2\,N^2 + R'^2)}$$

La phase a donc augmenté, puisque, sans l'induction mutuelle due aux courants de Foucault, on avait simplement :

$$\frac{a}{b} = \frac{mL}{R}$$

215. — 3° « L'état de division du fer doit être assez grand, et « d'autant plus grand que la période est plus courte. »

Le travail des courants de Foucault est :

$$\mathcal{T}_1 = \frac{m\,B\,b'}{2}\,t$$

en y remplaçant b' par sa valeur de première approximation, tirée de (6'), on a :

$$\mathcal{T}_1 = \frac{m^2\,B^2\,R'}{2\,(R'^2 + m^2\,N^2)}\,t$$

La résistance du noyau est proportionnelle à l'état de division du fer. Or, la fonction ci-dessus commence par croître avec R′, et ne commence à décroître que lorsque R′ a dépassé la valeur m N. Il faut donc diviser *suffisamment* le fer induit.

De plus, ce travail perdu est à peu près proportionnel au carré de m qui définit la rapidité de la période : la limite $R' = m$ L lui est elle-même proportionnelle.

La conclusion est donc que le fer doit être d'autant plus divisé que la période est plus courte ; ou, réciproquement, que pour un état de division donné, la perte sera beaucoup moindre avec une machine à longue période qu'avec une autre à courte période.

APPENDICE

APPAREILS PROPRES A LA MESURE DU TRAVAIL

Le travail se mesure à l'aide de *dynamomètres*, qui se divisent en deux classes :

1° Les dynamomètres d'*absorption* qui consomment le travail que fournit une source, et dont le type est le frein de Prony;

2° Les dynamomètres de *transmission*, qui mesurent le travail que transmet une source à un récepteur quelconque.

Frein de Prony. — Cet instrument, dont la description figure dans tous les traités de mécanique, est le plus employé de tous.

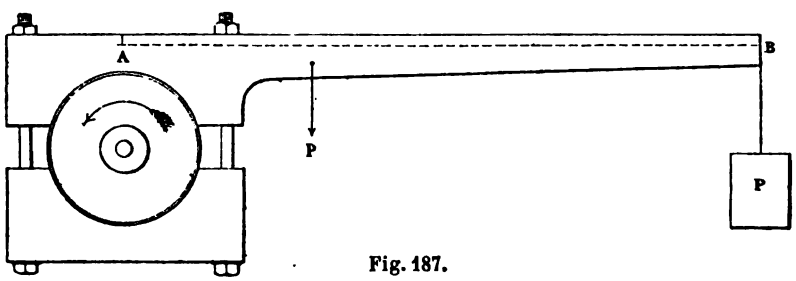


Fig. 187.

Il est facile à construire dans tous les ateliers, et très peu dispendieux.

Il serait bien inutile de le décrire ici, si malheureusement il n'était pas, dans la plupart des cas, mal construit et mal employé.

La forme générale que les figures classiques assignent à cet appareil est celle de la figure 187.

Quelquefois, afin de l'équilibrer et de n'avoir pas à tenir compte

de son poids, on le constitue à l'aide de deux pièces semblables, la queue de la pièce inférieure étant à l'opposé de celle de la pièce supérieure.

Le mode d'emploi qui représente la figure est tout à fait défectueux. Il est facile de voir, en effet, que le levier *ne peut pas* rester

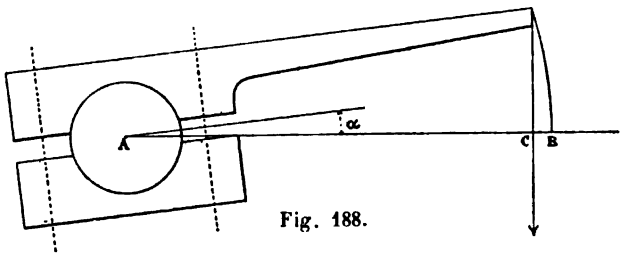


Fig. 188.

en équilibre entre les butées. On peut, non sans difficulté, le faire osciller de l'une à l'autre, mais jamais rester entre les deux.

La raison en est simple : l'équilibre est instable.

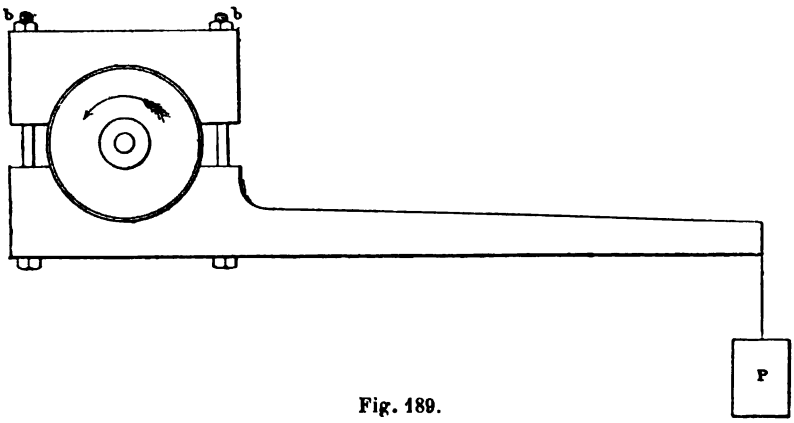


Fig. 189.

Supposons en effet l'équilibre un moment établi et admettons que le couple moteur vienne à augmenter.

Le frein est entraîné dans le sens du mouvement, le bras de levier du poids qui était A B devient A C = A B cos α (fig. 188). Donc il diminue, et le couple résistant diminue également.

L'équilibre est donc instable pour toutes les variations positives du couple moteur.

Rien n'est plus facile que de remédier à cet état de choses. Il suffit de renverser le frein, de manière que la branche soit plus

bas que l'axe de rotation (fig. 189). On reconnaît alors de suite que l'équilibre est stable dans tous les cas ; et cette modification si simple apporte une facilité considérable dans l'emploi du frein.

Mais un autre inconvénient pratique subsiste encore. Le travail absorbé se règle d'ordinaire par la manœuvre des écrous des boulons de serrage *b*.

Or, à la place où l'on met d'habitude ces boulons, il n'y a aucune

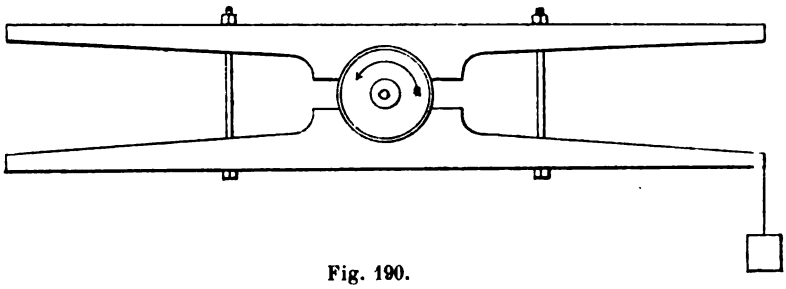


Fig. 190.

élasticité. Le moindre mouvement des écrous produit une variation importante du travail absorbé, et donne lieu à des oscillations du frein qui vient trop souvent encore au contact de ses butées.

Aussi est-il préférable de reporter les boulons plus loin, vers

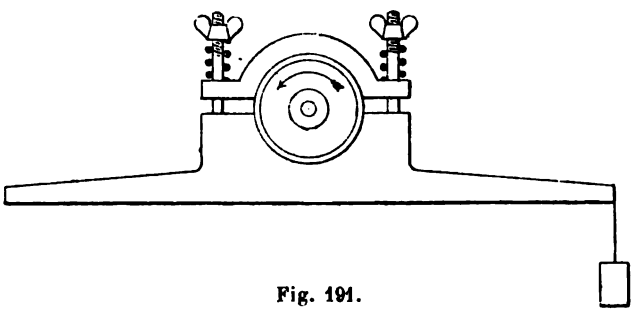


Fig. 191.

le tiers ou la moitié de la longueur des branches (fig. 190). On profite ainsi de l'élasticité du bois, et le réglage en devient beaucoup plus facile.

Les remarques qui précèdent sont dues au général Poncelet : elles paraissent malheureusement peu connues, ce qui est infiniment regrettable. L'auteur avait dû les refaire pour son propre compte, avant d'en connaître l'origine, et avait été amené au type

de la figure 191, destiné à la mesure des puissances inférieures à 2 chevaux-vapeur.

Des ressorts à boudin sont intercalés sous les écrous de serrage. La branche est reportée assez notablement en dessous de l'axe par l'emploi de poulies d'un diamètre assez grand (10 c.m. de diamètre pour un cheval), qui procure en même temps l'avantage d'une grande surface et d'un échauffement modéré du frein.

Un appareil de ce genre se règle avec la plus grande facilité : lorsqu'il est en équilibre, on peut donner un léger choc au levier;

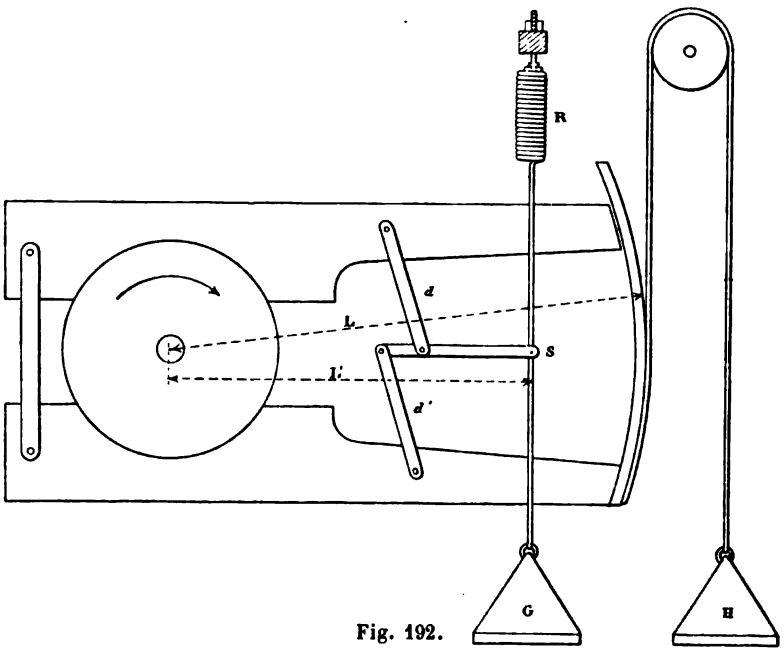


Fig. 192.

il se met alors à osciller comme un fléau de balance, et revient rapidement à sa position d'équilibre. Il s'y maintient sans difficulté pendant plusieurs minutes, c'est-à-dire bien plus que le temps nécessaire pour faire les lectures sur les autres appareils qui effectuent les mesures simultanées.

Lorsque les expériences doivent avoir une durée considérable, on emploie avec avantage une disposition à réglage automatique.

La figure 192 représente l'une d'elles, étudiée et employée par les usines du Creusot, où elle sert à des expériences qui se prolongent pendant plusieurs heures. Le frein ordinaire est complété

par une disposition de bielles *d d'* S qui modifie le serrage. Le point *s* est sollicité d'une part par le ressort taré R et de l'autre par le poids G.

La figure montre que si le couple moteur augmente, et entraîne le frein, le résultat du petit mouvement qui se produit est d'augmenter le serrage des mâchoires.

Les poids d'équilibre se mettent en H.

Pour tarer ce frein, on intercale entre les mâchoires une pièce de bois aussi légère que possible, qui les empêche de se serrer sous leur poids ou sous celui du levier et du plateau. On supprime la liaison entre le ressort R et la pièce S. Enfin on place sous le milieu de la mâchoire supérieure, une pièce sur laquelle repose le frein. On peut aussi le suspendre à une corde attachée au même point.

On place alors des poids en H jusqu'à ce que le frein soit entraîné d'une manière lente et continue; puis on retire progressivement du plateau des poids que l'on reporte près du bout du levier, jusqu'à ce que le frein soit entraîné en sens inverse.

Les poids qui restent en H sont évidemment la tare du frein.

Pour l'emploi : on met en marche, et on amène le levier à l'horizontalité en chargeant en H, et on mesure la vitesse.

Si celle-ci est trop forte, c'est que le serrage est insuffisant : on charge alors en G, et comme le frein s'incline sous cette nouvelle charge, on charge de nouveau en H pour le ramener à être horizontal. On opère ainsi jusqu'à ce qu'on ait obtenu le nombre de tours voulu.

Il est facile de voir que la condition pour que le frein se règle automatiquement, est que le poids placé en G sur le plateau de serrage soit supérieur à celui qui est nécessaire pour équilibrer le frein.

Cette limite atteinte, ce poids peut d'ailleurs être quelconque; une surcharge est absorbée par le ressort R, et ne fait que modifier l'inclinaison du frein de manière à mettre le serrage en équilibre avec les poids.

Soit P_1 le poids total en G,

P'_1 la tension du ressort.

L'action de ces forces, reportée sur l'arc, est :

$$p = \frac{L'}{L}(P_1 - P'_1)$$

Soit P′ le poids total en H,

T la tare du frein.

En posant P = P′ T, le poids, sur l'arc, qui fait équilibre au frottement est P — p, et on a

$$W = \frac{(P - p)\,L''}{716} \text{chevaux-vapeur}$$

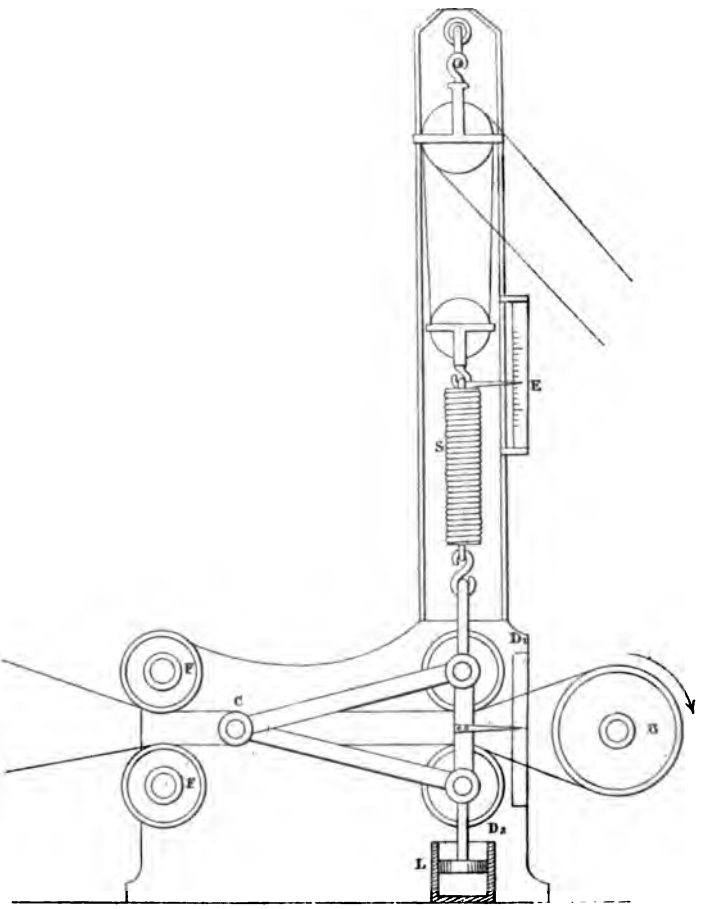


Fig. 193.

Les ingénieuses combinaisons de freins de M. Raffard, bien

connues en France, sont moins employées que les dispositions précédentes qui possèdent l'avantage d'une grande simplicité.

Parmi les dynamomètres de transmission, le plus connu est celui de M. Hefner-Alteneck.

Il se compose (fig. 193) d'un système de quatre poulies dont deux F F sont fixes et servent de guides, et dont les autres D_1 et D_2 sont solidaires et montées sur un châssis articulé autour du point C.

Un ressort S, réglable à volonté, soutient ce châssis. Sa tension se lit sur une échelle supérieure E, lorsqu'un index fixé entre les poulies est ramené en force d'un repère fixe, établi au niveau de l'axe de B.

B est la poulie de l'organe récepteur, qui doit tourner dans le

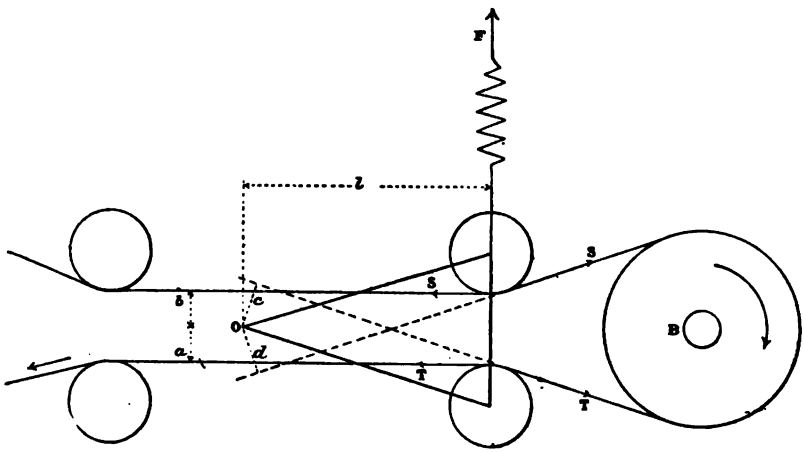


Fig. 194.

sens indiqué par la flèche. Les poulies D_1 D_2 FF étant égales, les brins intercalés sont parallèles.

L est un amortisseur de vibrations.

La tension du ressort S peut servir de mesure à l'effort tangentiel R exercé sur la poulie B, et par suite, au travail transmis. En effet, dans la figure 194, on a, en appelant P le poids du système mobile, rapporté au bras de levier l :

$$(F - P)\, l = T\,(c + a) - S\,(d + b)$$

L'effort moteur sur la circonférence de la poulie étant R, on a :

$$R = T - S$$

D'où

$$(F - P)\, l = T\,(c + a - d - b) + R\,(d + b)$$

Pour que T disparaisse, il faut faire en sorte qu'on ait $c=d$ et $a = b$, ce qu'on obtient en ramenant toujours l'index inférieur à son repère.

On a alors :

$$(F - P)\, l = R\,(d + b)$$

On fait la tare du ressort, soit en détachant le système articulé que l'on tare séparément, et chargeant le ressort seul de poids

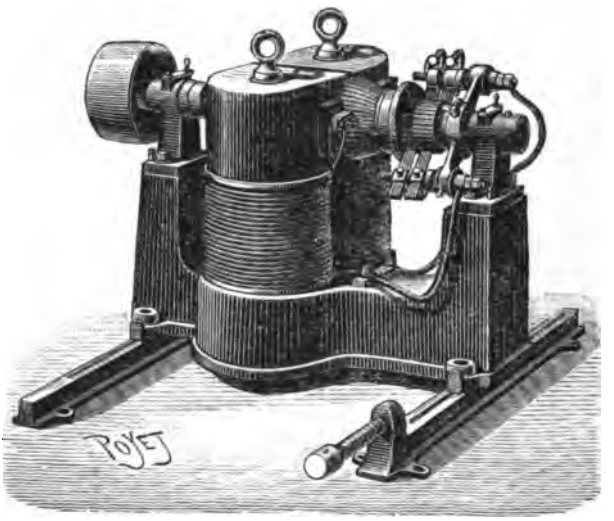


Fig. 195.

connus, soit au contraire en laissant suspendu le système articulé, et en graduant à partir du faux zéro ainsi obtenu. La force P peut alors se déterminer pour chaque lecture par simple renversement du mouvement, et par soustraction des deux équations ainsi obtenues.

Le terme relatif à la raideur est négligé.

Cet appareil ne peut évidemment être employé qu'avec des courroies qui ne présentent aucune surépaisseur à la jonction.

Les meilleures à ce point de vue paraissent être celles qui sont formées de maillons de cuir montés sur des axes en acier, et dont l'apparence est analogue à celle d'une chaîne de Galle. Ces courroies marchent très droit, sont tout à fait plates, et à peu près dépourvues de raideur.

Un autre bon modèle de dynamomètre de transmission est celui de Banki, que construit la maison Ganz, de Budapest.

La figure 196 représente une vue de cet appareil qui est une véritable balance.

Deux poulies doubles sont montées folles sur un arbre commun. L'une reçoit la courroie du moteur, l'autre celle du récepteur.

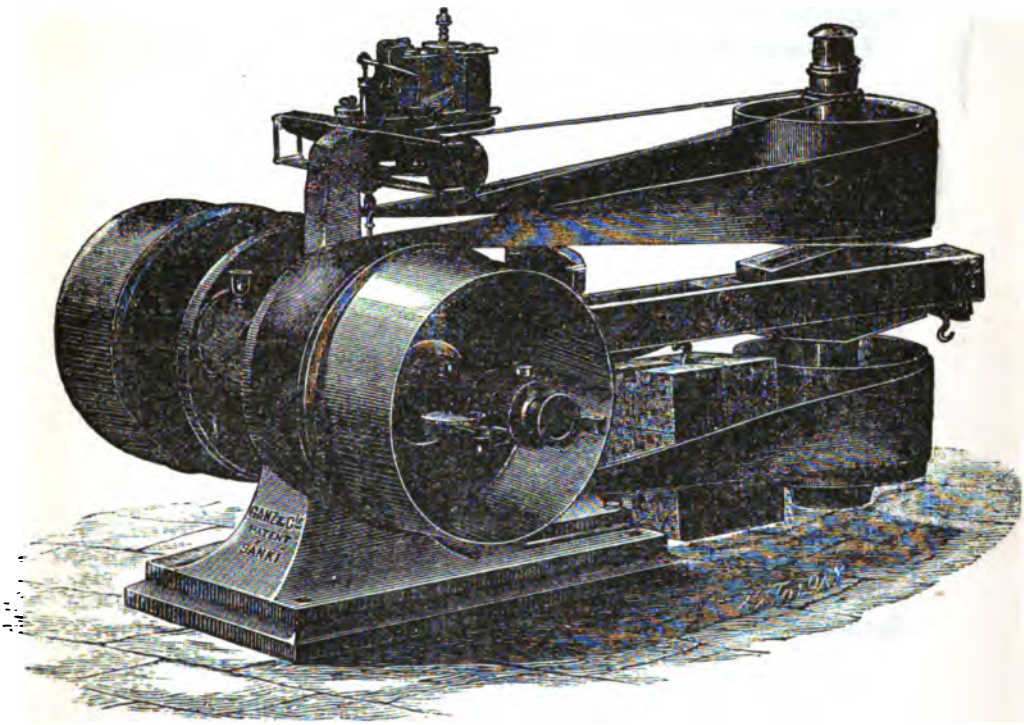


Fig. 196.

Le mouvement est transmis d'une des poulies à l'autre, à l'aide d'une courroie sans fin qui va se renvoyer sur deux galets verticaux G (fig. 197).

Ceux-ci sont portés à l'extrémité d'un levier pivotant autour d'un axe A, voisin de l'arbre des poulies. Le levier est équilibré par un contrepoids P et finalement par le ressort R.

Il est facile de comprendre que lorsque la courroie intermédiaire transmet un effort, la différence entre la somme des tensions des brins conducteurs et des brins conduits a pour effet de

sollicciter le grand levier dans un sens déterminé. Le ressort R fléchit et sa force élastique rétablit l'équilibre.

Il suffit donc de mesurer sa flexion pour en déduire la connaissance de l'effort.

En effet, appelons Π la composante du poids du système mobile, elle que $\Pi r = p\,l$, p étant le poids total et l la distance du centre de gravité à l'axe.

Supposons d'abord $P' = 0$, et soit k la charge qui, appliquée

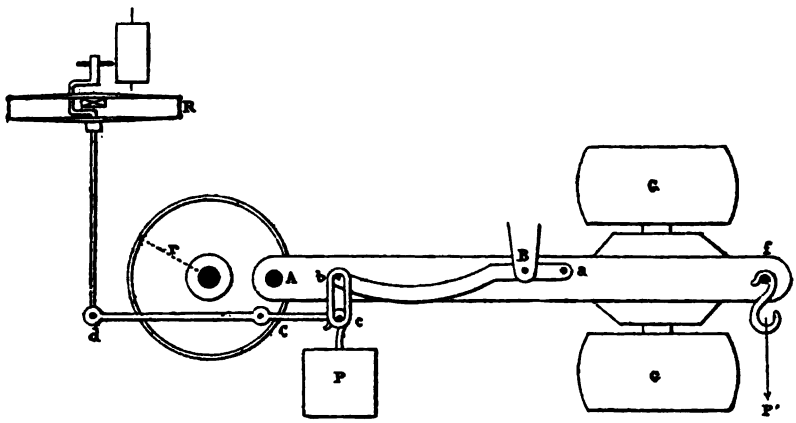


Fig. 197.

directement au ressort, lui donne un millimètre de flèche, et x la flèche, on a :

$$\Pi r - P\,\frac{Bb}{Ba} \pm kx\,\frac{Cd}{Cc}\cdot\frac{Bb}{Ba} = 0$$

Mettant maintenant un poids en P', on a :

$$\Pi r - P\,\frac{Bb}{Ba} \pm kx'\,\frac{Cd}{Cc}\cdot\frac{Bb}{Ba} + P'\,Af = 0$$

De ces deux équations, on déduit de suite la relation qui existe entre P' et la flèche x

$$k\,(x' - x)\,\frac{Cd}{Cc}\cdot\frac{Bb}{Ba} = P'.Af$$

et si l'on pose $P''r = P'\,Af$, on en déduit l'effort P'' à la circonférence des poulies, en fonction de la flexion du ressort.

Le jeu des tensions des courroies agit en effet exactement comme le poids P'.

Ces équations contiennent la théorie de l'appareil et le procédé de tarage.

L'emploi des dynamomètres de transmission soulève toujours une difficulté : c'est la connaissance du travail qu'ils absorbent par eux-mêmes et qui est enregistré en même temps que le travail utile.

Dans l'appareil dont il s'agit ici, on reconnaît aisément que,

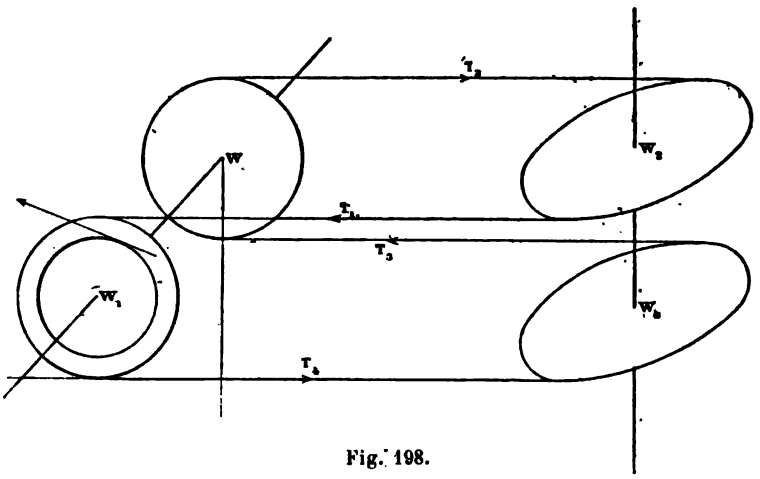


Fig. 198.

si l'on fait tomber la courroie qui commande le récepteur, la flèche du ressort enregistrera la puissance consommée par l'instrument lui-même.

On a, en effet (fig. 196), α étant un coefficient connu, et V la vitesse de la courroie.

$$\alpha\, x = \Big[(T_1 + T_2) - (T_3 + T_4)\Big]\, V$$

Appelant W les puissances absorbées par chacune des poulies, on a :

$$\frac{W_2 + W_3 + W_4}{V} = T_1 - T_4$$

$$\frac{W_2}{V} = T_1 - T_2 \quad \frac{W_3}{V} = T_2 - T_3 \quad \frac{W_4}{V} = T_3 - T_4$$

On peut admettre en outre que l'on a $W_1 = W_3$, hypothèse

assez vraisemblable dans les conditions où l'on se trouve ; on en déduit :

$$\frac{W}{V} = \frac{W_2 + 2W_3 + W_4}{V} = (T_1 + T_2) - (T_3 + T_4)$$

On a donc bien $\alpha\, x = W$, comme on l'a annoncé.

L'appareil est disposé avec un enregistrement que l'on peut rendre continu. Le ressort agit sur un parallélogramme de Watt qui porte un crayon. Celui-ci trace sur une bande de papier qui se déroule sous l'action même de l'appareil. Un crayon auxiliaire fixe marque la ligne de zéro.

Le déroulement est commandé à la main à l'aide d'un embrayage à friction, et l'appareil est complété par un tachymètre qui donne la vitesse angulaire de l'une des poulies principales.

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

NOTIONS ÉLÉMENTAIRES

CHAPITRE I. — PHÉNOMÈNES GÉNÉRAUX.

Lois d'Ohm, de Joule, de Faraday. — Champ magnétique. — Pôles. — Induction et perméabilité magnétiques, aimantation du fer 1

CHAPITRE II. — PHÉNOMÈNES D'INDUCTION.

Conservation de l'énergie. — Force e. m. d'induction. — Extracourants. — Coefficients d'induction. — Calcul de ces coefficients. 7

DEUXIÈME PARTIE

MACHINES ÉLÉMENTAIRES

CHAPITRE III. — MACHINE IDÉALE ÉLÉMENTAIRE.

Rails et curseur. — Force électromotrice. — Courant. — Quantité. — Effort. — Réversibilité. 51

CHAPITRE IV. — MACHINE ÉLÉMENTAIRE A COURANTS ALTERNATIFS.

Spire tournante. — Force électromotrice. — Temps périodique. — Courant. — Phase. — Condensation 21

CHAPITRE V. — MACHINES ÉLÉMENTAIRES A COURANTS CONTINUS.

Machines à courant rigoureusement continu. — Machines à courants redressés. — Commutateur et collecteur. 62

TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE DESCRIPTIVE DES MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES

CHAPITRE VI. — MACHINES A COURANT CONTINU.

Navette Siemens. — Machines de Wilde et de Ladd. — Machine Gramme. — Machine Siemens. — Machines Edison. — Machine Weston. — Machine Brown. — Machine Mordey. — Machine Thury. — Machine Desroziers. — Machine Thomson-Houston. 41

CHAPITRE VII. — BOBINAGE DES MACHINES A COURANT CONTINU.

Anneau bipolaire. — Anneau multipolaire. — Réduction du nombre des balais. — Tambour. — Disque. 69

CHAPITRE VIII. — MONTAGE ET COUPLAGE DES MACHINES A COURANT CONTINU.

Montage en série, — en dérivation, — en double enroulement. — Couplages des différents types de machines. 75

CHAPITRE IX. — MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS.

Machines de l'Alliance. — Wilde. — Siemens. — Ferranti. — Gramme. — de Méritens. — Zipernowsky. — Westinghouse . 81

CHAPITRE X. — BOBINAGE, MONTAGE ET COUPLAGE DES MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS.

Auto-excitation. — Excitation séparée. — Couplage en dérivation. — Indicateurs de phases. 95

QUATRIÈME PARTIE

LE CIRCUIT MAGNÉTIQUE

CHAPITRE XI. — PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES DES MATÉRIAUX.

Détermination de la perméabilité. — Formules empiriques. — Dispositions expérimentales. — Méthode balistique. — Méthode apériodique. — Appareil d'Hopkinson. — Résultats de Rowland et d'Ewing. — Etat variable; hystérésis. — Résultats d'expérience. 105

CHAPITRE XII. — THÉORIE DU CIRCUIT MAGNÉTIQUE.

Résistance magnétique de Kapp. — Théorie des circuits complexes d'Hopkinson. — Théorie des dérivations magnétiques, expériences d'Ayrton et Perry. — Dérivations par l'air, calculs de Forbes. 125

CHAPITRE XIII. — THÉORIE DU CIRCUIT MAGNÉTIQUE (suite).

Calcul du coefficient v d'Hopkinson. — Conductibilité des espaces d'air correspondant au flux utile et au flux perdu. . . . 138

CINQUIÈME PARTIE

MACHINES A COURANT CONTINU

CHAPITRE XIV. — MACHINES EN CIRCUIT OUVERT.

Force e. m. en fonction du flux utile. — En fonction du champ magnétique. — Détermination et formes des caractéristiques. — Exemples. 151

CHAPITRE XV. — MACHINES EN CIRCUIT FERMÉ.

Décalage des balais. — Réaction due au décalage. — Complément de la théorie d'Hopkinson. — Tracé des caractéristiques à circuit fermé.

CHAPITRE XVI. — THÉORIE GRAPHIQUE DES MACHINES.

Courbes fondamentales. — Expériences de détermination. — Exemples. — Machine en dérivation : bobinage des inducteurs. Courbe des sections. — Influence de la vitesse. — Amorçage. — Formule de S. Thompson. — Différence de potentiels aux balais en fonction du courant principal. — Exemples. — Hyperboles de puissance. — Réglage des machines en dérivation. — Machines en série : bobinage des inducteurs. — Différence de potentiel aux bornes et aux balais. — Machines « compound ». détermination du bobinage. — Machine compound à courant constant. — Régulateurs automatiques 151

CHAPITRE XVII. — PUISSANCE ET RENDEMENT DES MACHINES.

Détermination du travail absorbé : par substitution. — par le dynamomètre de transmission. — Pertes par échauffement, (loi de Joule). — Courants de Foucault dans le fer, — dans les fils induits. — Pertes par hystérésis. — Température de l'induit.. 210

CHAPITRE XVIII. — CALCUL DES MACHINES A COURANT CONTINU.

Vitesse. — Bobinage d'induit. — Dimensions de l'induit. — Des inducteurs. — Vérifications. — Caractéristique. — Excitation en série, — en dérivation. — Bobinages divers sur même carcasse 226

SIXIÈME PARTIE

MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS

CHAPITRE XIX. — DÉFINITION DES VALEURS MOYENNES : EQUATIONS DU COURANT.

Fonctions périodiques, — Valeurs moyennes. — Equation du courant dans le cas le plus simple. — Représentation graphique. — Courant avec deux self-inductions. — Courant avec une self-induction et une capacité. — Résistance d'un fil aux courants alternatifs. — Formules de W. Thomson. — Energie dans les courants alternatifs. 241

CHAPITRE XX. — MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS.

Caractéristique. — Différence de potentiels en fonction du courant. — Départ de l'abaissement entre la résistance et la self induction : tracé graphique. — Détermination du coefficient de self-induction d'une machine. — Evaluation du flux utile moyen. — Vérification du bobinage de l'induit. — Régulation des machines alternatives. — Bobines de self-induction. — Régulation automatique. 264

CHAPITRE XXI. — COUPLAGE DES MACHINES ALTERNATIVES.

Couplage en série : courant, travail et puissance. — La réceptrice est motrice. — Travail transmis : conditions de fonctionnement. — Diagramme. — Représentation graphique. — Couplage d'une machine sur un réseau. — Courants de Foucault. — Division du fer. 279

APPENDICE

APPAREILS PROPRES A LA MESURE DU TRAVAIL

Frein de Prony. — Frein de Poncelet. — Frein à équilibre automatique du Creusot. — Dynamomètre de Hefner-Alteneck. — Dynanomètre de Banki 299

ÉVREUX, IMPRIMERIE DE CHARLES HÉRISSEY

89089712459

B89089712459A

89089712459

b89089712459a